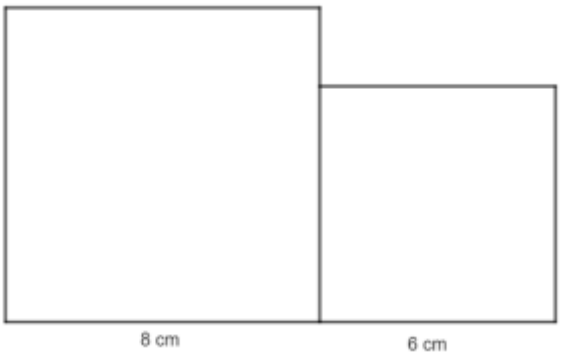
Aprendizaje		
Aplica el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la vida cotidiana.		
Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Dominio de conceptos y fórmulas. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto de grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

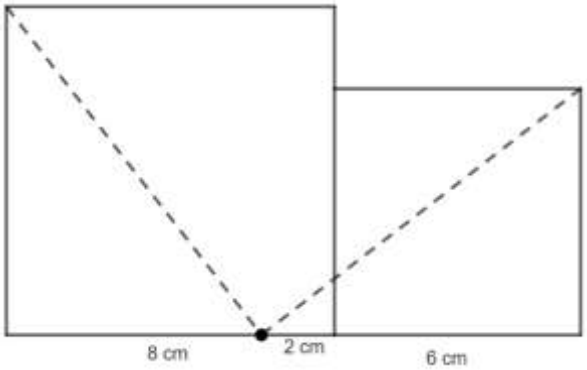
Sigue las instrucciones de la actividad y trabaja de forma individual.

Instrucciones:

1. En una hoja de color, traza dos cuadrados contiguos, uno de 8 cm y otro de 6 cm de lado como se muestra en la siguiente figura.



2. A continuación, marca un punto en la base del cuadrado más grande a dos centímetros de la unión de las dos figuras y une con las esquinas opuestas de la siguiente forma.



3. Con mucho cuidado recorta los cuadrados por los bordes y sobre la línea punteada, de tal manera que ahora tendrás cinco figuras distintas.

4. Utilizando las figuras intenta construir un cuadrado.

   ¿Cuánto mide por lado este cuadrado?

En plenaria analiza el siguiente problema:

Para realizar unos estudios de campo, un equipo de ingenieros está utilizando un drone para hacer tomas aéreas del terreno donde se va a trabajar.

En una zona abierta la distancia máxima que se puede separar el drone del controlador son 370 metros, como lo muestra la siguiente figura.

El operador del drone quiere capturar imágenes a 120 metros de altura, ¿cuál es la longitud máxima sobre el terreno que puede separar el drone de donde se encuentra el operador?

En caso de hacer tomas al doble de distancia que el caso anterior. ¿Cuál es la altura máxima que el drone podría alcanzar?

- Participa en la plenaria contestando o escuchando las repuestas a las preguntas que te ayudaran en el procedimiento que debes seguir para resolver el problema.

- ¿Cómo es la relación de altura de vuelo con la lejanía que el drone puede estar del controlador?
- ¿Qué figura geométrica es la mejor para representar la relación en el vuelo entre altura y lejanía?
- ¿Con qué conocimientos cuento para la resolución del problema?

- Intégrate a un equipo de cuatro personas para contestar y discutir las siguientes preguntas.

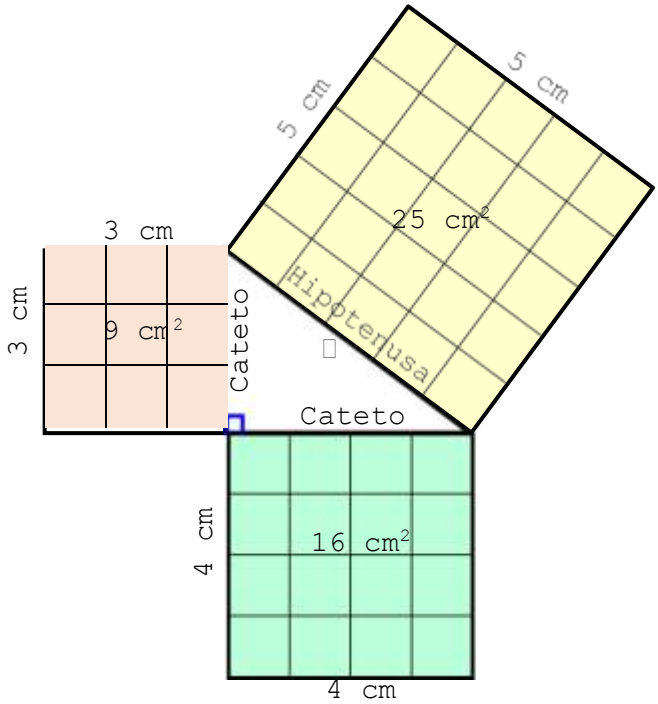
- ¿Cómo puedes resolver el problema anterior?

- ¿Si unes cada uno de los elementos que se estan analizando que figura geométrica se forma?

- Revisa la siguiente información para reforzar tus conocimientos.

El Teorema de Pitágoras se utiliza para determinar la longitud de los lados de un triángulo rectángulo.

Establece que el área del cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del área de los cuadrados de los catetos, como se observa en la imagen.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25^2 = 9^2 + 16^2$$

$$25\ cm^2 = 25\ cm^2$$

La fórmula que se utiliza para determinar la longitud de la hipotenusa es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Las fórmulas que se utilizan para determinar la longitud de los catetos son:

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

Ejemplo:

Al abrir una escalera de pintor se forma un triángulo isósceles, la distancia entre las bases es de 1 m y los lados iguales miden 1.30 m. Determina la altura de la escalera.

La altura de un triángulo isósceles divide a la base en dos partes iguales, formándose dos triángulos rectángulos:

La base de cada triángulo mide 0.5 m y es uno de los catetos, la escalera es la hipotenusa, por lo tanto se puede plantear la ecuación como:

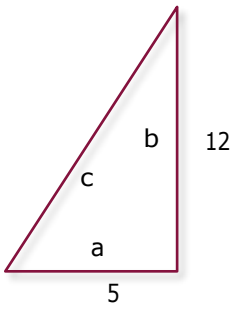
$$h^2 = 1.3^2 - 0.5^2 = 1.69 - .25$$

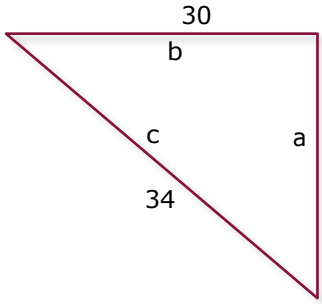
$$h^2 = 1.44$$

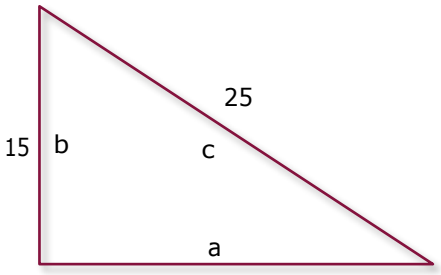
$$h = \sqrt{1.44} = 1.2\ m$$

Resuelve la siguiente actividad.

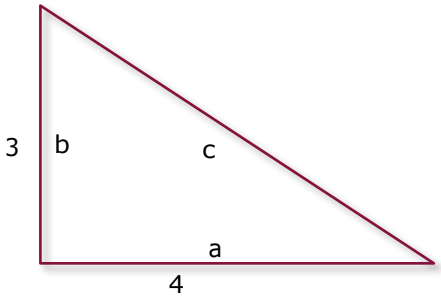
1. Calcula la medida del lado faltante en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos.

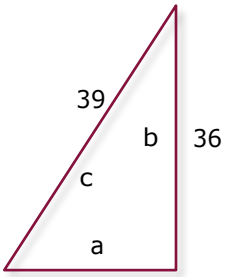


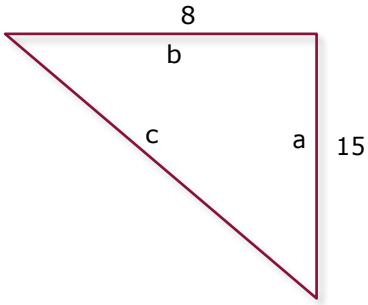




Fórmula	Fórmula	Fórmula
Operaciones	Operaciones	Operaciones
Resultado	Resultado	Resultado







Fórmula	Fórmula	Fórmula

Operaciones	Operaciones	Operaciones
Resultado	Resultado	Resultado

Recuerda que... La jerarquía de las operaciones establece que primero se resuelven los cuadrados de los catetos o hipotenusa y después se realizan las sumas y restas.

Ahora, que ya hemos recordado mucho de lo que has aprendido, pongamos en práctica tus habilidades.

Resuelve de forma individual los siguientes ejercicios.

1. En labores de mantenimiento de cierto edificio se prentende cambiar una lámpara que se encuentra empotrada en la pared a 3 m de altura, por seguridad la base de la escalera debe colocarse a 1 m de la pared, ¿cuánto debe medir la escalera para alcanzar sin problema alguno la lámpara?

Fórmula
Operaciones

Resultado

2. En la instalación de un poste de energía eléctrica, éste se debe anclar con un cable de 7 m al suelo. El cable se sujeta primero a 5 m de altura en el poste ¿a qué distancia del poste quedará sujeto el cable?

Fórmula

Operaciones

Resultado

Si primero se sujeta el cable a 2 metros de la base del poste, ¿a qué altura se debe sujetar, para que quede completamente tenso?

Fórmula

Operaciones

Resultado

3. Se cuelga una piñata amarrando una cuerda de 6.77 metros de largo entre 2 postes que estan separados 6 metros uno de otro. Se cuelga la piñata a los 2.5 metros de uno de los extremos de la cuerda, y posteriormente los extremos de la cuerda se sujetan a los 3.5 metros de altura de cada poste. La piñata queda colgada a 4 metros del poste más lejano. ¿A qué altura quedó colgada la piñata? Represéntalo gráficamente.

Fórmula

Operaciones

Resultado

4. Se sabe que la diagonal de un cuadrado mide 15 cm, ¿cuánto mide su área?

Fórmula

Operaciones

Resultado

👉Resuelve los planteamientos del problema de la situación de aprendizaje.

Para realizar unos estudios de campo, un equipo de ingenieros está utilizando un drone para hacer tomas aéreas del terreno donde se va a trabajar.

En una zona abierta la distancia máxima que se puede separar el drone del controlador son 370 metros, como lo muestra la siguiente figura.

1. El operador del drone quiere capturar imágenes a 120 metros de altura, ¿cuál es la longitud máxima sobre el terreno que puede separar el drone de donde se encuentra el operador?

Fórmula Operaciones Resultado

2. En caso de hacer tomas al doble de altura que el caso anterior. ¿Cuál es la longitud máxima sobre el terreno que puede separar al drone?

Fórmula Operaciones Resultado

Intégrate en equipos de cinco personas y comparen los resultados de las operaciones de la situación del operador del drone y en caso de que no coincidan revisen cómo llegaron al resultado.

1. ¿Qué figura geométrica es la mejor para representar la relación entre vuelo y lejanía?

2. ¿Solo hay una forma de solucionar los problemas antes expuestos? En caso de haber varias, ¿se obtiene el mismo resultado? ¿a que se debe?

_____

_____

3. ¿Cuál es la mayor dificultad a la que se enfrentaron para resolver los ejercicios?

_____

_____

Elijan a un integrante de cada equipo para explicar el proceso y sus resultados.

Puede basarse en las siguientes preguntas:

- ¿Qué procedimiento utilizaste? ¿Cómo o con base a qué lo elegiste?
- ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
- ¿Dónde puedes aplicar lo que aprendiste?

Resuelve de manera individual los siguientes ejercicios:

1. Se tiene un terreno de forma de triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 300 m y 800 m. ¿Qué cantidad de malla se necesita para cercarlo?

Fórmula

Operaciones

Resultado

2. Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm.

Fórmula

Operaciones

Resultado

3. ¿A qué altura llega una escalera de 10 m de largo en un muro vertical si se apoya a 3 metros del muro?

Fórmula

Operaciones

Resultado

4. Una persona camina 7 km al oeste y luego 3 km al norte, ¿a qué distancia se encuentra de donde comenzó a caminar?

Fórmula

Operaciones

Resultado

Para profundizar en los contenidos abordados y ejercitar, consulta la siguiente dirección electrónica para mayor información.

https://luckyretail.com/Uploadfile/201710272/131016/131016.jpg

Fuentes de información

Bohorquez, M. (1981). En el amable mundo de la matemática. México. Patria.

Aula365. Los Creadores, ¿Qué es el teorema de Pitágoras? Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=fFA2ChUj1HM.

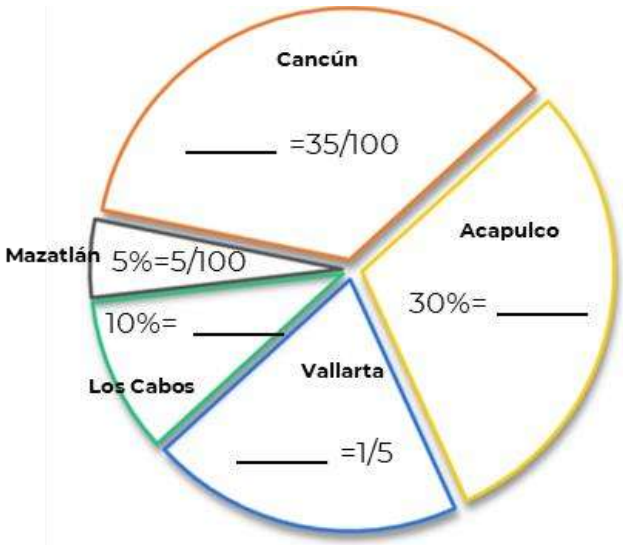
Khanacademy. Teorema de Pitágoras. Recuperado de:

https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem

APRENDIZAJE		
Aplica la proporcionalidad directa e inversa en la solución de problemas vinculados con su vida cotidiana.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Dominio de conceptos y fórmulas. ♦ Cálculo mental.	♦ Conoce sus debilidades y fortalezas. ♦ Toma decisiones razonadas y responsables. ♦ Convive de manera armónica.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información. ♦ Síntesis de la información.

Realiza en forma individual la siguiente actividad.

¿Recuerdas que el porcentaje también puede ser representado por medio de una fracción? Completa el siguiente esquema, el cual representa el porcentaje de viajeros a diferentes sitios turísticos los primeros meses del año desde la Ciudad de México.



Analiza el siguiente problema:

Para viajar de la Ciudad de México a la ciudad de Acapulco, Gro. (por la autopista del sol) se recorre una distancia de 380 kilómetros.

a. Si se viaja a una velocidad constante de 90 km/h, ¿en cuánto tiempo se llega a su destino?

b. Si Cuernavaca, Mor está a 87 kilómetros de la Ciudad de México, ¿cuánto tiempo se requiere para pasar por esta ciudad?

c. Si el auto en que se viaja, fuera a una velocidad de 110 km/h, ¿en cuánto tiempo se llegará a Acapulco?

d. Al pasar por Cuernavaca, ¿qué porcentaje del recorrido total se tiene?

e. Si un auto compacto de 4 cilindros gasta en promedio 14 km por litro, ¿cuánto combustible se utilizó para el viaje?

f. ¿Qué relación tienen la velocidad y la distancia?

g. ¿Qué relación tienen la velocidad y el tiempo?

h. ¿Cuál es la relación entre distancia y gasto de gasolina?

Atiende las indicaciones del docente para responder la siguiente pregunta y compartir tu respuesta:

- ¿Necesitan algunas fórmulas o procedimientos para responder las preguntas que se plantearon anteriormente? ¿Cuáles?

_____

Intégrate a un equipo y contesten las siguientes preguntas. Participen en la plenaria.

a. ¿Qué es una proporción?

_____

_____

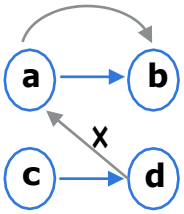
b. ¿Cuáles son los tipos de proporciones que existen?

_____

Acompaña la lectura de los siguientes temas.

Proporción directa. Se relacionan dos magnitudes en las que al aumentar una también aumenta la otra y viceversa.

÷



$$c=\frac{(d)(a)}{b}$$

Ejemplo:

Si un dólar cuesta $19.25, ¿cuánto costarán 25 dólares?

Planteamiento:

1 dólar ---------- $19.25

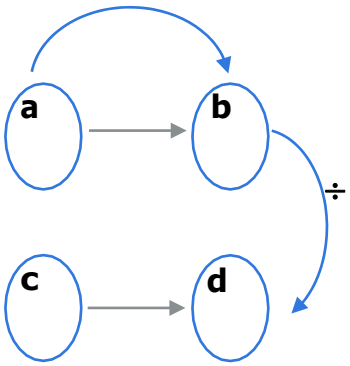
25 dólares -------- $x

$$x=\frac{(25\text{ dólares})(\$19.25)}{1\text{ dólar}}=\$481.25$$

En las unidades, al dividir dólares entre dólares se suprimen, quedando el resultado en pesos.

Proporción indirecta o inversa. Es una relación de magnitudes en la que al aumentar una la otra disminuye y viceversa.

x



$$c=\frac{a\cdot b}{d}$$

Ejemplo:

Si una llave llena un estanque en 3 horas, en cuanto lo harán dos llaves de las mismas características.

Planteamiento:

1 llave---------- 3 horas

2 llaves ---------- x horas

$$x=\frac{(2\text{ llaves})(3\text{ horas})}{1\text{ llave}}=6\text{ horas}$$

como podrás observar no es factible esa respuesta, pues claramente al aumentar el número de llaves disminuirá el tiempo de llenado, por lo que procedemos a invertir una columna en el planteamiento:

1 llave---------- 3 horas

2 llaves ---------- x horas

$$x=\frac{(1\text{ llave})(3\text{ horas})}{2\text{ llaves}}=1.5\text{ horas}$$

Porcentaje. El cálculo de porcentajes es una proporción directa, en donde el total es el 100%.

Ejemplo:

Obtener el 22% de 1250

Planteamiento:

100% ----------1250

22 % ----------x

$$x=\frac{(22)(1250)}{100}=275$$

En forma individual, resuelve los siguientes ejercicios:

1. Si dos trabajadores realizan una actividad asignada en 5 días, ¿en cuantos días realizarán la misma actividad si les ayudan 3 personas más?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

2. Don Juan el panadero utiliza 10 kg de harina para hacer 70 piezas de pan, ¿cuánta harina necesita para 20 piezas?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

3. En un salón de clase hay 25 niñas y 15 niños, ¿qué porcentaje de niñas hay en el salón?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

Recuerda que...

Las proporciones se plantean y resuelven por medio de regla de tres, donde se tienen tres datos y uno más desconocido que es el que se calcula.

Resuelve la situación de aprendizaje:

Para viajar de la Ciudad de México a la ciudad de Acapulco, Gro. (por la autopista del sol) se recorre una distancia de 380 kilómetros.

a. Si se viaja a una velocidad constante de 90 km/h ¿en cuánto tiempo se llega a su destino?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

b. Si Cuernavaca, Mor. está a 87 kilómetros de la Ciudad de México, ¿cuánto tiempo se requiere para pasar por esta ciudad?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

c. Si el auto en que se viaja, fuera a una velocidad de 110 km/h ¿en cuánto tiempo se habría llegado?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

d. Al pasar por Cuernavaca, ¿qué porcentaje del recorrido total se tiene?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

e. Si un auto compacto de 4 cilindros gasta en promedio 14 km por litro, ¿cuánto combustible se utilizó para el viaje?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

f. ¿Qué relación tienen la velocidad y la distancia?

_____

g. ¿Qué relación guardan la velocidad y el tiempo?

_____

h. ¿Cuál es la relación entre distancia y gasto de gasolina?

_____

En equipo establezcan un acuerdo para determinar una solución única a la situación de aprendizaje y respondan las siguientes preguntas.

1. ¿Es correcto hacer menos tiempo a menor velocidad? ¿Por qué?

_____

2. ¿Se puede recorrer más distancia a más velocidad? ¿Por qué?

_____

3. Si vas a la mitad del recorrido, ¿Qué porcentaje llevas del viaje?

_____

Participa en la plenaria leyendo o escuchando las argumentaciones de tus compañeros y retroalimenta. Contesten las siguientes preguntas.

- ¿Cuál es la diferencia entre proporción directa e inversa?

_____

- ¿Reconocieron el procedimiento de solución, conocen algún otro? ¿En dónde lo puedes utilizar?

_____

_____

_____

- ¿Qué temas analizamos?

_____

_____

En forma individual resuelve los siguientes problemas:

1. En 50 litros de agua de mar hay 1,300 g de sal. ¿En cuántos litros de agua hay 5,200 g de sal?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

2. Un coche gasta 5 litros de gasolina cada 100 km ¿Cuántos km recorrerá con 28 litros?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

3. Cinco obreros hacen una pared en 15 días. ¿Cuánto tardarán 3 obreros en hacer la misma pared?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

4. Un granjero tiene comida para alimentar a sus 12 vacas durante 45 días. Si compra 3 vacas más, ¿cuánto le durará la comida?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

5. Una rueda da 4,590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas y media?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

Fuentes de información

IES "Los Colegiales" Matemáticas 1º ESO (octubre de 2018) De los problemas. Recuperado de: https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2018/10/problemas-de-proporcionalidad.pdf

Khan Academy (28 de febrero de 2020) De la teoría de razones y proporciones. Recuperado de: https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=razones%20y%20proporciones

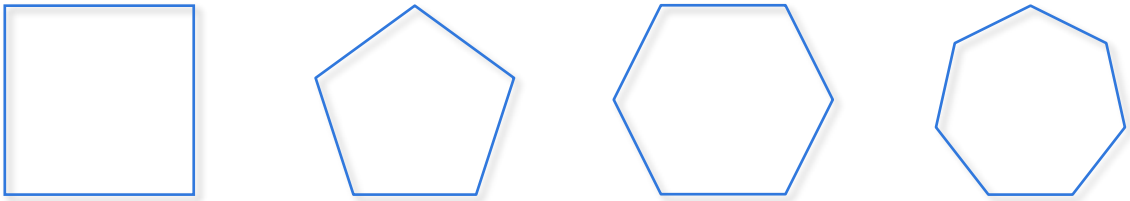
Khan Academy (27 de febrero de 2020) De cálculo de porcentajes. Recuperado de: https://es.khanacademy.org/search?referer=%2F&page_search_query=porcentajes

Aprendizaje		
Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas en diversos contextos.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Cálculo mental. ♦ Uso de fórmulas.	♦ Conoce sus debilidades y fortaleza. ♦ Toma decisiones razonadas y responsables. ♦ Convive de manera armónica.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información. ♦ Síntesis de la información.

👉 Pon atención a las instrucciones de la siguiente actividad y trabaja de forma individual.

Instrucciones:

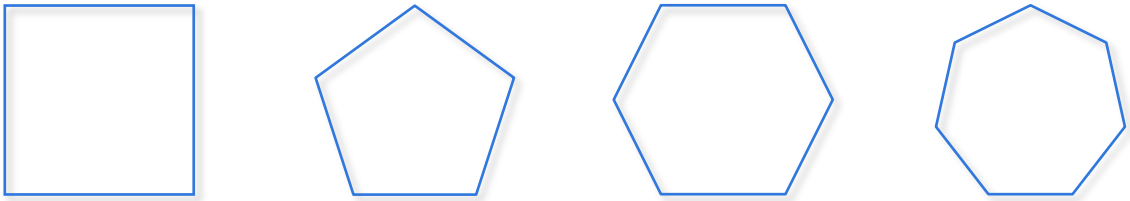
1. Observa las siguientes figuras regulares.



2. ¿Cómo se llaman cada una de ellas?, escribe su nombre.

_____ _____ _____ _____

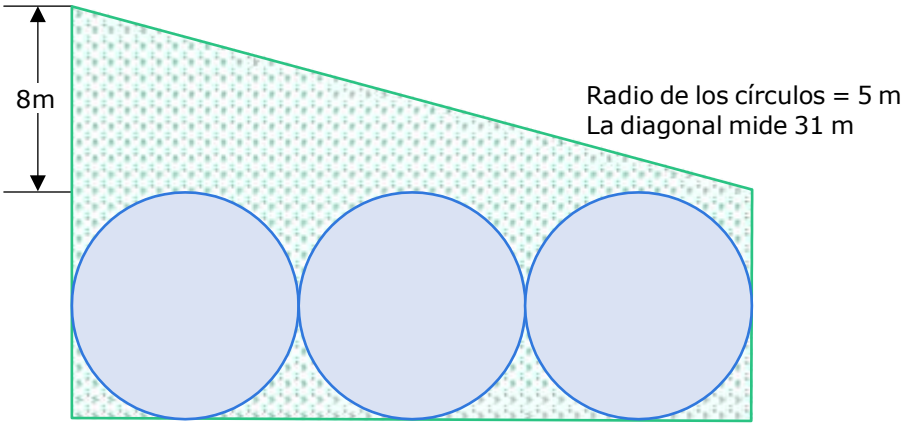
3. Traza triángulos en cada figura, partiendo del centro. Con tu regla mide los lados y las alturas y calcula el área total de cada polígono, escribe el resultado en la línea.



_____ _____ _____ _____

4. Compara con tus compañeros. ¿Resultaron iguales o similares los valores?

Participa en la plenaria para el análisis del siguiente problema:



El dueño de un deportivo quiere renovar los espacios y hacerlos más atractivos para su comunidad. Una de las áreas tendrá la forma de la figura anterior, donde los círculos serán las albercas y el polígono áreas verdes.

a. ¿Cuántos metros de malla se requiere para cercar esta área de esparcimiento?
b. ¿Cuántos metros cuadrados de azulejo se requieren para forrar el fondo de las albercas?
c. Finalmente, ¿cuál es el área donde se pondrá pasto?

Participa en la plenaria discutiendo las siguientes preguntas que los acercan al procedimiento que debe seguir para resolver el problema del deportivo.

- ✓ ¿El deportivo tiene una forma geométrica regular?

_____

- ✓ ¿Qué figuras geométricas observas en el deportivo?

_____

- ✓ ¿Con qué conocimientos cuentas para la resolución del problema?

_____

Intégrate a un equipo colaborativo de cuatro personas, respondan las siguientes preguntas:

- ➢ ¿Cómo se pueden calcular los perímetros de figuras geométricas irregulares?

_____

- ➢ ¿Qué procedimiento facilita la resolución del problema?

_____

- ➢ ¿Identificas bien la diferencia entre calcular un perímetro y un área?

_____

Revisa la siguiente información sobre perímetros y áreas para reforzar tus conocimientos.

Perímetro de una figura plana, se denomina a la suma de las longitudes de sus lados, y en el caso del círculo es la longitud de la circunferencia que lo delimita.

En cuanto al **área** de una figura plana, podemos decir que es la medida de la superficie que la forma.

Existen diferentes tipos de áreas o superficies: Son regulares donde todos sus lados tienen la misma medida y son irregulares donde pueden variar una o mas medidas de las figuras.

Cuando las figuras planas estan compuestas a partir de tres lados rectos cerrados se les denominan **polígonos**.

En tu equipo completen la siguiente tabla y coloreen las figuras que se encuentren presentes en el problema de las albercas.

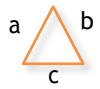
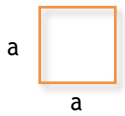
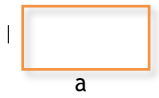
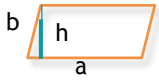
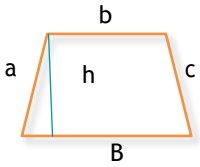
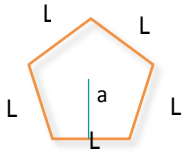
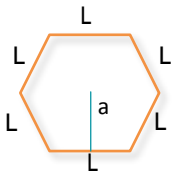
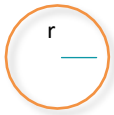
Figura	Fórmula perímetro	Fórmula área	Nombre
	P=a+b+c	$A=\frac{b \times h}{2}$	Triángulo
		A=a x a	
		A= a x b	
	P= 2a+2b		
			Trapecio
		$A=\frac{p \times a}{2}$	

Figura	Fórmula perímetro	Fórmula área	Nombre
	P= 6L		
			

Recuerda que...

El área del pentágono, hexágono o demás polígonos regulares está dada por A= Pa/2 donde P es el perímetro, "a" la apotema, el cual es la perpendicular trazada desde el centro de la figura a cualquiera de sus lados.

Completa de manera individual la tabla con la información solicitada en el problema del deportivo y da solución a los planteamientos del problema.

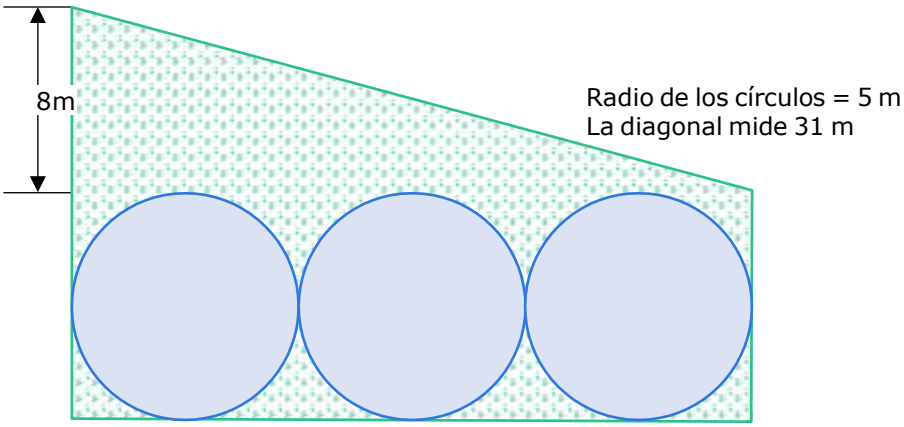


Figura identificada	Medidas características de la figura	Perímetro	Área
Rectángulo			
			$A=\frac{b x h}{2}=\frac{30(8)}{2}=120\,m^2$
		$P=\pi D=\pi(10)=31.4m$	

a. ¿Cuántos metros de malla se requiere para cercar esta área de esparcimiento?

_____

b. ¿Cuántos metros cuadrados de azulejo se requieren para forrar el fondo de las albercas?

_____

_____

c. Finalmente, ¿cuál es el área donde se pondrá pasto?

_____

_____

Intégrate nuevamente en tu equipo colaborativo.

a. Comparen sus respuestas, y si son diferentes obtengan una sola respuesta para los ejercicios realizados.

b. Discutanlas siguientes interrogantes.

1. ¿Un perímetro se obtiene de sumar todos los perímetros de sus figuras geométricas? ¿Por qué?

_____

_____

_____

2. ¿El área total de una figura se obtiene al sumar todas sus áreas individuales de las figuras geométricas que la componen? Justifica tu respuesta.

_____

_____

Comparte los resultados de la situación planteada con el grupo.

En plenaria contesten las siguientes preguntas.

- ¿Qué recordaste con este ejercicio?
- ¿Qué aprendiste de nuevo?
- ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
- ¿Dónde más puedes aplicar lo que aprendiste?

Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Imagina un cuadrado de 8 cm por lado.

a. ¿Cómo se debe dividir el cuadrado para obtener cuatro triángulos iguales?

_____

b. Al obtener el área del cuadrado y dividirlo entre cuatro, ¿a qué área equivale?

_____

c. Puedes asignar medidas a los triángulos y con éstas, calcular el área por la fórmula del triángulo, ¿qué valor da esta área? ¿Por qué?

_____

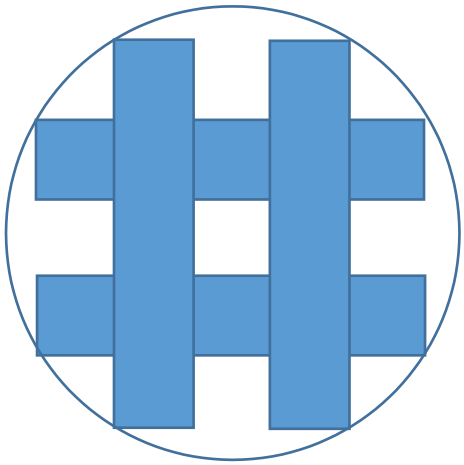
d. Ahora calcula el perímetro del cuadrado original y los perímetros de los triángulos, ¿son iguales? ¿Por qué?

_____

_____

_____

2. Calcula el área blanca de la siguiente figura. Ten en cuenta que la medida de los rectángulos es de cinco centímetros de largo por un centímetro de ancho. El radio del círculo es de tres centímetros.



Para profundizar en los contenidos abordados, revisa las siguientes páginas y ejercita lo aprendido.

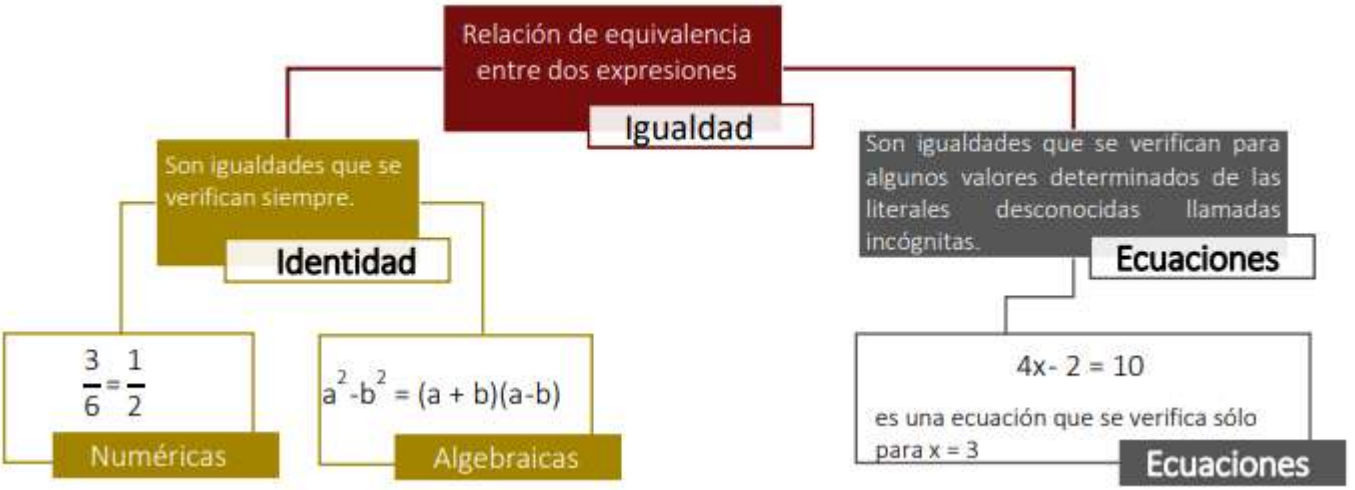
https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=perimetros%20y%20areas%20de%20figuras%20geometricas

Aprendizaje
Resuelve ecuaciones lineales con una incógnita para la solución de problemas o situaciones de la vida cotidiana.
Contenidos esenciales
Ecuaciones lineales **Ecuaciones de segundo grado**

La función lineal se puede aplicar en muchas situaciones, por ejemplo, en economía para el manejo de la oferta y la demanda, en la medicina, para el entendimiento de ciertos fenómenos, en la vida cotidiana se encuentran innumerables relaciones entre magnitudes, como el número de artículos de una tienda y su precio.

ECUACIONES LINEALES

Una *igualdad* es una relación de equivalencia entre dos expresiones numéricas o literales, que se cumple para uno o más valores, y se representa por el signo =.



En una ecuación, las cantidades desconocidas o incógnitas generalmente se designan con letras minúsculas de la parte final del alfabeto. Los coeficientes, normalmente se expresan con las letras minúsculas iniciales del alfabeto.

Las ecuaciones de *una sola variable* son aquellas que tienen una sola incógnita, normalmente la x. Por ejemplo: $x^2 + 1 = x + 4$

Las ecuaciones en *dos o más variables* poseen más de una cantidad desconocida. Por ejemplo, en la ecuación $2x + 5y - 8 = 0$, las incógnitas son "x" y "y".

Las ecuaciones se clasifican de acuerdo con el exponente mayor que tenga la incógnita.

Ecuaciones de primer grado

$6x - 35 = 7$

Ecuaciones de segundo grado

$3x^2 + 6x - 18 = -5x$

Ecuaciones de tercer grado

$7x^3 - 2x^2 + 5y - 2x^3 = 8x$

Solución de una ecuación

Resolver una ecuación es hallar el conjunto solución. Se conoce como *raíces o soluciones* de la ecuación los valores de las incógnitas que satisfacen la igualdad.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Para resolver una ecuación, se transforma ésta en una ecuación equivalente con la variable despejada, esta transformación se logra aplicando las siguientes propiedades:

Suma: Si se suma una misma cantidad a cada lado de la ecuación dada, la igualdad no se altera.

Resta: Si se resta una misma cantidad a cada miembro de la ecuación dada, la igualdad no se altera.

Multiplica: Si se multiplica o se divide a ambos lados de la ecuación por cualquier cantidad diferente de cero, la igualdad no se altera.

ECUACIONES LINEALES

En términos generales, una ecuación de primer grado con una variable es de la forma:

$$ax + b = 0$$

donde a y b son coeficientes numéricos, y x es la incógnita.

Ejemplo:

Ecuación	Proceso	Comprobación
$6x - 7 + 4 - 2x = 13x - 2 + 3x + 19 + 8x$	Se transponen términos: $6x - 2x - 13x - 3x - 8x = -2 + 19 + 7 - 4$ Se reducen los términos semejantes: $-20x = 20$ dividiendo entre -20 $x = \frac{20}{-20} = -1$	Se sustituye el valor de x obtenido para verificar la igualdad $6(-1) - 7 + 4 - 2(-1) = -6 - 7 + 4 + 2 = -7$ $13(-1) - 2 + 3(-1) + 19 + 8(-1) =$ $-13 - 2 - 3 + 19 - 8 = -7$ $-7 = -7$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

Una de las aplicaciones más importantes de las ecuaciones es la de resolver problemas de la vida cotidiana. Para plantear ecuaciones es conveniente saber traducir un enunciado a una expresión algebraica.

Interpretaciones de enunciado a expresión algebraica

Enunciado	Expresión Algebraica	Enunciado	Expresión Algebraica
El doble de x	$2x$	Un número par	$2x$
El triple de x	$3x$	Un número impar	$2x + 1$
El cuadrado de x	x^2	Dos números consecutivos	x y $x + 1$
El cubo de x	x^3	Dos números pares consecutivos	$2x$ y $2x + 2$
El antecesor del número entero x	$x - 1$	Dos números impares consecutivos	$2x - 1$ y $2x + 1$
El sucesor del número entero x	$x + 1$	La mitad de x	$x/2$
El cuadrado del doble de x	$(2x)^2$	La tercera parte de x	$x/3$
El doble del cuadrado de x	$2x^2$		

Ejemplos:

1. Ana es ocho años mayor que Carlos, pero hace tres años ella tenía el triple de la edad que él.

   ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?

Ecuación	Proceso	Resultado
A = edad de Ana C = edad de Carlos A =C + 8 (Ana es 8 años mayor que Carlos) A-3 = 3(C-3) (Hace tres años Ana tenía el triple de la edad que Carlos).	A-3 = 3(C-3) Al sustituir el valor de A (edad de Ana) en la ecuación tenemos: (C + 8)-3 = 3C-9 -2C=- 14 C=- 14/-2 C= 7 A=8+ 7 A= 15	Ana tiene 15 años y Carlos tiene 7.

2. ¿Cuál es el número que sí se duplica, y luego se le resta 12, da por resultado el número aumentado en 3?

Ecuación	Proceso	Resultado
Si x es el número buscado, $2x - 12 = x + 3$	$2x - x = 3 + 12$ $x = 15$	Por lo tanto, el número es el 15.

3. Erick tiene un año más que el doble de la edad de Jorge, sus edades suman 97. ¿Qué edad tienen ambos?

Ecuación	Proceso	Resultado
Si x es la edad de Jorge, entonces la edad de Erick es $2x + 1$ Con la suma de las edades es 97, se obtiene la ecuación: $x + 2x + 1 = 97$	$x + 2x = 97 - 1$ $3x = 96$ $x = \frac{96}{3} = 32$	Reemplazando este valor de x en la expresión $2x + 1$ se tiene: $2(32) + 1 = 64 + 1 = 65$ Por lo tanto, la edad de Jorge es 32 años y la de Erick es 65 años.

Concepto Clave

Ecuación

Igualdades que se verifica para algunos valores determinados de las literales desconocidas llamadas incógnitas.

Fuentes de información:
Cuéllar Carvajal Juan Antonio, (2003). Álgebra. 2°ed. México: McGrawHill.
Importancia de las ecuaciones lineales. Consultado en https://prezi.com/sg73k4fjruaq/importancia-de-las-ecuaciones-lineales-en-la-vida-diaria/ UNAM. Portal Académico del CCH. Ecuaciones lineales. Recuperado de https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/aprende/matematicas1/ecuacioneslineales?page=0%2C1

INSTRUCCIONES: Realiza los siguientes ejercicios.

Ecuación	Procedimiento	Resultado
1. x+8=3		
2. 3x-3=12		
3. 5+3x+3-x+7=29		
4. -4x=36		
5. Hallar un número sabiendo que su mitad es igual a su sexta parte más 10.		
6. Hallar dos números pares consecutivos, y que el doble del menor exceda al mayor en 18.		
7. La mamá tiene 24 años más que su hija. Si dentro de 8 años la edad de la mamá será el doble que la de su hija ¿Qué edad tiene cada una?		
8. $x - \frac{x-3}{5} = 1$		

Las funciones cuadráticas son utilizadas en algunas disciplinas como, por ejemplo, arquitectura, física, economía, biología, también se utilizan para describir movimientos con aceleración constante, trayectoria de proyectiles, ganancias y costos de una empresa, variación de la población de una determina especie, entre otros usos.

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO EN UNA VARIABLE

Una ecuación de segundo grado en una variable, es aquella que una vez realizadas todas las reducciones posibles, el máximo exponente es dos.

Una ecuación de este tipo también se llama *ecuación cuadrática* y tiene la forma general.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

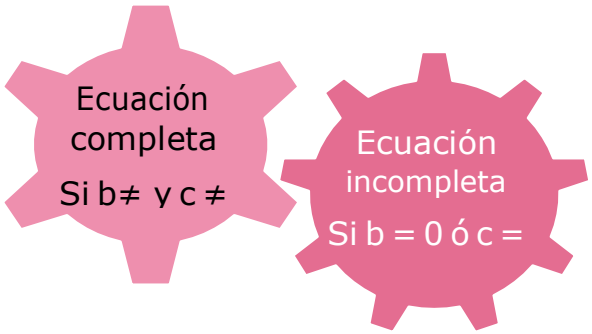
Donde □ ≠ 0, *b* y *c* son números reales; y *x* es la incógnita. El monomio ax^2 recibe el nombre de *término cuadrático*, "*bx*" se conoce como *término lineal* y "*c*" es el *término independiente*.

Ejemplos:

1) $5x^2 + 2x - 4 = 0$
2) $3.46x^2 - 8.57x = 0$
3) $7x^2 - 28 = 0$

Una ecuación de segundo grado tiene siempre dos respuestas (algunas veces repetidas). El objetivo de resolverla es obtener las *raíces* "x_1" *y* "x_2", si existen, para los que la igualdad de la ecuación es cierta.

Una ecuación cuadrática puede ser de dos tipos:



En la vida práctica, cuando se tiene que resolver una ecuación cuadrática que surge de un problema concreto, la mayoría de las veces ésta no tiene un formato sencillo, sin embargo, puede reducirse para decidir el método que se usará para resolverla.

Ejemplos:

1) $3x^2 - 8x + 1 = 0$ es una ecuación completa.
2) $4x^2 - 12x = 0$ es una ecuación incompleta, ya que no tiene el término independiente.
3) $7x^2 - 28 = 0$ es una ecuación incompleta porque carece del término lineal.

ECUACIONES COMPLETAS UTILIZANDO FÓRMULA GENERAL

Existe una fórmula general que puede aplicarse a cualquier ecuación de segundo grado en una variable y que permite conocer la naturaleza de las raíces.

Para resolver la ecuación de segundo grado en el caso general, se necesita que el primer miembro sea un cuadrado perfecto:

La fórmula general para resolver una ecuación de segundo grado es:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

En la fórmula general, la cantidad: $b^2 - 4ac$ se llama *discriminante* de la ecuación y determina la naturaleza de las raíces, como puede verse:

Si $b^2 - 4ac < 0$, las raíces son complejas conjugadas.

Si $b^2 - 4ac > 0$, las raíces son reales y diferentes.

Si $b^2 - 4ac = 0$, las raíces son reales e iguales.

Ejemplo:

Aplicando la fórmula general, resolver la siguiente ecuación de segundo grado:

$3x^2 + 21x + 30 = 0$

Simplificando la ecuación, para que la sustitución sea más sencilla: $x^2 + 7x + 10 = 0$

$a = 1, b = 7, c = 10$

Sustituyendo en la fórmula general, se tiene:

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4(1)(10)}}{2(1)}=\frac{-7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-7\pm3}{2}$$

$$x_1=\frac{-7+3}{2}=\frac{-4}{2}=-2 \qquad x_2=\frac{-7-3}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

Comprobación:

$3(-2)^2 + 21(-2) + 30 = 3(4) - 42 + 30 = 12 - 42 + 30 = 0$

$3(-5)^2 + 21(-5) + 30 = 3(25) - 105 - 30 = 75 - 105 - 30 = 0$

ECUACIONES COMPLETAS UTILIZANDO FACTORIZACIÓN

Toda ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación en la cual uno de sus miembros es un trinomio de segundo grado y el otro es cero. Muchos trinomios de segundo grado pueden factorizarse como el producto de dos binomios que tienen un término en común.

El término común de los binomios es de grado uno, ya que es raíz del término cuadrático. Para encontrar las raíces se resuelven las dos ecuaciones de primer grado.

Ejemplo:

Obtener las raíces de la siguiente ecuación de segundo grado, por factorización: 1) $x^2 + 6x + 8 = 0$

$(x + 4)(x + 2) = 0$

$x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -4$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x_2 = -2$

Comprobación

$(-4)^2 + 6(-4) + 8 = 16 - 24 + 8 = 0$

$(-2)^2 + 6(-2) + 8 = 4 - 12 + 8 = 0$

Concepto Clave

Ecuación de $\square x^2$ donde a, b, y c son números reales, se puede resolver por el método de fórmula

Fuentes de información:
Aplicación de las ecuaciones cuadráticas en la vida real. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=rLsyYSxjNfU
Ecuaciones cuadráticas en la vida cotidiana. Recuperado de https://prezi.com/qilbbbk-z3a0/ecuaciones-cuadraticas-en-la-vida-cotidiana/

INSTRUCCIONES: Realiza los siguientes ejercicios.

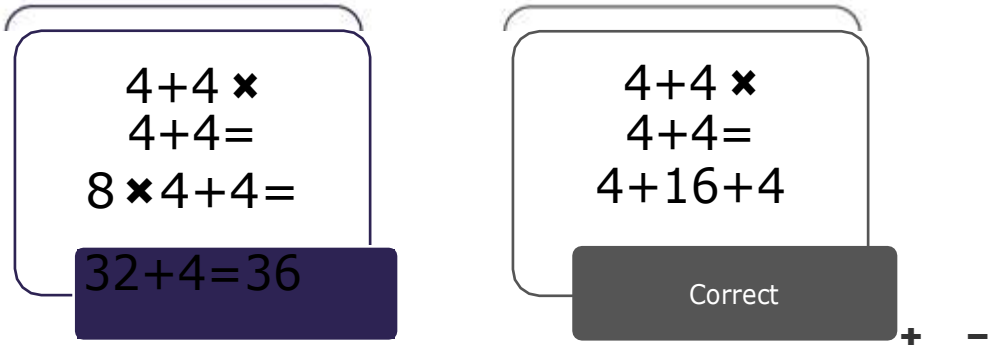
Ecuación	Solución	Resultado
1. $x^2+2x+1=0$		
2. $x^2=2+x$		
3. $6x^2-10x+4=0$		
4. $6x^2-7x+2=0$		
5. $5x^2+15x=0$		
6. $x^2-7x-30=0$		

Aprendizaje
Utiliza la jerarquía de operaciones y signos de agrupación para obtener el valor numérico de una expresión matemática.
Contenidos esenciales
Jerarquía de operaciones

Recuerda cuando estabas en primaria y empezabas a leer ¿qué aprendiste primero? seguro fueron las vocales, después fueron sílabas, después palabras completas hasta poder llegar a los enunciados y en los enunciados vienen los signos de puntuación, como las comas, los dos puntos, el punto y seguido, el punto aparte, etc. ¿entendiste la importancia de los signos de puntuación?
En las matemáticas también se tienen reglas que si no se siguen el resultado de la operación sería incorrecto.

JERARQUÍA DE OPERACIONES

En una expresión aritmética puede ser que aparezcan los signos de agrupación paréntesis ( ), corchetes [ ] o llaves de conjunto { }, así como los operadores aritméticos y potencias. El ejemplo ilustra su aplicación al determinar el valor de la expresión aritmética.



Para la obtención de su resultado, recordemos que primero se ejecutan los paréntesis anidados, potencias, multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, al igual que sumas y restas; al orden especificado se le llama prioridad de los operadores aritméticos.

$\{[(\,)]\}$ **1°** Paréntesis	**Primero:** Realizar las operaciones que estén agrupadas, es decir que tengan paréntesis, desde las más interior hacia las más exterior.
$a^b\sqrt{\ }$ **2°** Potencias y Raíces	**Segundo:** Realizar las operaciones de potencias o raíces en orden de izquierda a derecha.
$\times \quad \div$ **3°** Multiplicaciones y divisiones	**Tercero:** siguiendo con el orden tenemos que realizar las multiplicaciones y divisiones en orden de izquierda a derecha.
$+ \quad -$ **4°** Sumas y restas	**Cuarto:** luego tenemos que realizar todas las sumas y restas en orden de izquierda a derecha.

Si no hay corchetes o paréntesis (operaciones que se realizarían primero), conforme a la jerarquía de las operaciones, se resuelven de acuerdo a la prioridad de los operadores aritméticos.

Ejemplo:

$$3^2 + 8 \times 2 + 6 \times 3 + 4 - \sqrt{9} \times 5 - 7 + 2^3$$

1°. Realizar las operaciones que estén agrupadas, es decir que tengan paréntesis, desde las más interior hacia las más exterior.

No aplica

2°. Realizar las operaciones de **potencias o raíces** en orden de izquierda a derecha.

$3^2=9 \qquad \sqrt{9}=35 \qquad 2^3 = 8$

$9 + 8 \times 2 + 6 \times 3 + 4 - 3 \times 5 - 7 + 8$

3°. Siguiendo con el orden tenemos que realizar las multiplicaciones y divisiones en orden de izquierda a derecha.

$8 \times 2=16 \qquad 6 \times 3= 18 \qquad 3 \times 5=15$

$9 + 16 + 18 + 4 - 15 - 7 + 8$

4°. Realizar todas las sumas y restas en orden de izquierda a derecha.

$9 + 16 + 18 + 4 + 8 = 55 \qquad -15 - 7 = -22$

$55 - 22 = 33$

Fuentes de información:
Guía EXANI-II. Jerarquía de operaciones. Recuperado de https://sites.google.com/site/guiaexaniii/jerarquia-de-operaciones-basicas

INSTRUCCIONES: Resuelve los siguientes ejercicios de jerarquía de operaciones.

Expresión aritmética	1°	2°	3°	4°	Resultado
9 x 8 – 12 ÷ 3					

Expresión aritmética	1°	2°	3°	4°	Resultado
9 x 4 + 8 ÷ 2					

Expresión aritmética	1°	2°	3°	4°	Resultado
9 + (3+7-5) × 4 ÷ 2					

INSTRUCCIONES: En un juego tenemos las siguientes cartas, una vez revueltas con estos números puestas hacia abajo una sobre otra.

Se pueden anotar
2×0.5+0.1+0.2
0.1×0.2×0.5×2
2÷0.1+0.5×0.2

El juego inicia al tomar del centro cada carta, cada alumno puede voltear 4 cartas y los números se anotan de la siguiente forma, al final gana el que tenga más puntos.

Alumno	Operaciones	Resultado
Lulú	0.2×2+0.25×0.1	
Pablo	2÷0.1÷0.2÷0.25	
Julia	2×0.1×0.2+0.25	

¿Quién ganó? _____

INSTRUCCIONES: Resuelve los siguientes ejercicios de jerarquía de operaciones.

a. $-1\times(-\sqrt{81})+10^2=$

b. $(20-4+5)+(3\times2)\div(+\sqrt[2]{49})-1=$

1. Gloria compró dos cajas de cereal y tres latas de atún. Anotó que tenía que pagar.

$$2\times22.50+3\times13.50$$

a. Al hacer la cuenta pensó que tenía que pagar $648.00. ¿Qué hizo Gloria para llegar a este resultado?

_____

b. Realizó las operaciones de izquierda a derecha sin respetar las reglas de jerarquía.

_____

c. ¿Es razonable lo que calculó y que tiene que pagar? ¿Respetó Gloria la jerarquía de operaciones?

_____

_____

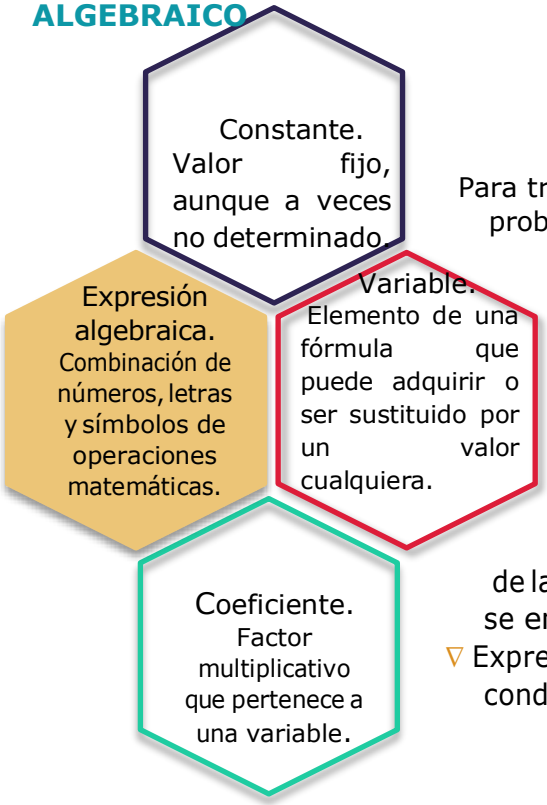
Fuentes de información:
https://libros.conaliteg.gob.mx/content/restricted/libros/carrusel.jsf?idLibro=2593#page/119 . Recuperado el 11 diciembre 2018.
https://libros.conaliteg.gob.mx/content/restricted/libros/carrusel.jsf?idLibro=2593#page/6
Matemáticas de primer grado. Telesecundaria. Secretaría de Educación Pública, Recuperado de https://libros.conaliteg.gob.mx/content/restricted/libros/carrusel.jsf?idLibro=2593#page/28 el 07 de diciembre de 2018. https://libros.conaliteg.gob.mx/content/restricted/libros/carrusel.jsf?idLibro=2593#page/6

Aprendizaje
Utiliza lenguaje algebraico para representar, generalizar y evaluar situaciones o problemas de la vida cotidiana.
Contenido esencial
Lenguaje algebraico

Hasta ahora nos ha bastado con utilizar números (enteros, fracciones, decimales...) y operaciones entre ellos para resolver multitud de problemas. Sin embargo, el lenguaje matemático no puede limitarse a números y operaciones. En muchas ocasiones necesitaremos pasar de lo concreto a lo general para intentar resolver no sólo un problema, sino un conjunto de problemas del mismo tipo.

El estudio del álgebra está ligado al estudio de las ecuaciones, que es una de las aplicaciones importantes del álgebra a la descripción matemática de acciones concretas utilizando expresiones algebraicas. Por lo tanto, un modelo algebraico es una herramienta que apoya en la solución de problemas cotidianos cuando se tienen cantidades desconocidas.

LENGUAJE ALGEBRAICO



En una expresión algebraica los elementos desconocidos o aquellos que no tienen un valor fijo se representan mediante letras(variables), mientras que aquellos que tienen su valor completamente determinado se expresan con números (constantes).

Para transformar a un lenguaje algebraico un planteamiento de un problema, debemos:

- Leer detenidamente el problema, con el fin de analizar la información dada y entender que es lo que desea obtener.
- Identificar los datos (cantidades conocidas) y la o las incógnitas (cantidades desconocidas), así como las relaciones entre los datos y las incógnitas.
- Separar cada una de las partes del problema, y a cada una de las incógnitas se pueden nombrar con las letras, comúnmente se emplean (u, w, x, y, z).
- Expresar la igualdad correspondiente con relación a las condiciones del problema establecido.

Ten en cuenta que varios enunciados diferentes pueden dar lugar a una misma expresión algebraica. Observa los siguientes ejemplos:

Enunciado	Expresión Algebraica
La diferencia entre dos números es 20.	x-y=20
Pedro tiene 20 euros más que Ana.	x-y=20
Andrés en 20 años mayor que Luisa.	x-y=20
El producto de dos números enteros consecutivos.	x*(x+1)
Propiedad asociativa de la multiplicación	a*(b*c)=(a*b)*c

Los tres primeros enunciados tienen asociada la misma expresión algebraica. La diferencia está en lo que representa cada letra en cada una de las ocasiones. La x, representa al mayor de los dos números en el primer caso, el dinero que tiene Pedro en el segundo caso y la edad de Andrés en el tercer caso.
Las expresiones anteriores se podrían cambiar por otras equivalentes, es lo mismo escribir x-y=20 que x=y+20.
Para el cuarto enunciado es necesario saber qué significa "enteros consecutivos" matemáticamente y el quinto exige conocer la propiedad asociativa de la multiplicación.

Muchos errores en las traducciones a lenguaje algebraico se cometen por no tener en cuenta una regla muy básica:

UN NÚMERO, UNA LETRA

Lógicamente, si el número del que hablamos es fijo, no necesitamos utilizar ninguna letra, pero cuando hacemos referencia a un valor variable, es muy importante que asociemos a éste una sola letra.

Si un enunciado habla de dos números que pueden ser diferentes, es necesario usar una letra distinta para cada uno.

Si se quiere hacer referencia a las cifras de un número, por separado, no se pueden colocar juntas varias letras, ya que eso expresaría un producto. Por ejemplo, x*100+y*10+z podría hacer referencia a un número de tres cifras, si los valores de x, y y z se limitan a enteros entre 0 y 9, pero si aparece escrito simplemente

Fuentes.
UNAM. Portan Académico CCH. *Lenguaje Algebraico.* Recuperado de https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/aprende/matematicas1/lenguajealgebraico *Lenguaje algebraico*. Recuperado de https://www.edu.xunta.gal/centros/iesmelide/aulavirtual2/pluginfile.php/2748/mod_imscp/content/1/lenguaje_algebraico.html

INSTRUCCIONES: Completa el siguiente cuadro con enunciados o expresiones algebraicas según corresponda.

ENUNCIADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
	$2\square + \square^2$
Si mi edad es $\square$, la edad que tendré dentro de 7 años es.	
	$\frac{\square^3}{2}$
Tres números consecutivos.	
El triple del cuadrado de un número menos el cuádruple de otro.	

INSTRUCCIONES: Traduce las siguientes frases a una expresión algebraica.

a) Dos veces la suma de dos números.

b) El antecesor de un número cualquiera.

c) Cinco veces un número.

d) El producto de dos números.

Aprendizaje
Realiza la multiplicación de expresiones algebraicas, para obtener un producto.
Contenidos esenciales
Multiplicación de expresiones algebraicas

La utilidad de las expresiones algebraicas radica en que resultan una transcripción al lenguaje matemático de problemas de la vida cotidiana expresados con palabras, el uso de las reglas matemáticas permite su resolución, además, la solución de muchos problemas de interés su transcripción al lenguaje matemático.

Multiplicación de expresiones algebraicas

La multiplicación es una operación que tiene por objeto, dadas dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad llamada producto, que sea respecto del multiplicando, en valor absoluto y signo lo que el multiplicador es respecto a la unidad positiva. El multiplicando y multiplicador son llamados factores del producto.

Baldor, A. Algebra pag. 63

Multiplicar polinomios implica aplicar las reglas de los exponentes y la Propiedad Distributiva para simplificar el producto.

Leyes de los exponentes

1ª $(a)^m \cdot (a)^n = (a)^{m+n}$	Cuando dos potencias de una misma base común se multiplican, la potencia es igual a la base elevada a la suma de los exponentes.
2ª $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	Cuando dos potencias de una misma base común se dividen, la potencia es igual a la base elevada a la diferencia de los exponentes.
3ª $(a^m)^n = (a)^{mn}$	Una potencia elevada a una potencia es igual a la base elevada al producto de los exponentes de las potencias.
4ª. $(ab)^m = a^m b^m$	El producto de dos números elevados a la potencia **m**, es igual al producto de la potencia **m** de cada número.
5ª. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	La división de dos números elevado a la m–ésima potencia es igual al cociente de las m–ésima potencias de tales números.

Propiedades de los números

Propiedad	Multiplicación
Conmutativa	ab=ba
Asociativa	(ab)c=a(bc)
Neutro multiplicativo (1)	1∗a=a∗1=a1∗a=a∗1=a
Inverso multiplicativo	a(1a)=1a(a)=1
Distributiva	a(b+c)=ab+ac

Ley de los signos para la multiplicación

Cuando dos factores: Factor1 y Factor2, tienen igual signo, el producto es positivo, en cambio, para signos diferentes, el producto es negativo y en el caso de que alguno de los factores sea cero, el producto, también es cero.

Entender los productos de polinomios es un paso importante para factorizar y resolver ecuaciones algebraicas.
Se distinguen tres casos de la multiplicación algebraica:

1. Multiplicación de monomios

Para multiplicar dos monomios se aplica la regla de los signos, se multiplican los coeficientes y para las literales iguales se escribe la literal y se suman los exponentes, si las literales son diferentes se pone cada literal con su correspondiente exponente.

Ejemplo:

$(2x)(-3x^2)= -6x^3$

2. Multiplicación de un polinomio por un monomio

Para este caso, cada elemento del polinomio deberá multiplicarse por el monomio, siguiendo la regla de la multiplicación de monomios.
Ejemplo:

$(a)(2b - a^3) = (a)(2b)+a(-a^3) = 2ab - a^4$

3. Multiplicación de polinomio

Para poder multiplicar dos polinomios se utiliza la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición aplicándolo del primero sobre el segundo y después aplicando la misma propiedad sobre el resultado de tal manera que: El producto de dos polinomios se realiza multiplicando cada término del primero por cada término del segundo, aplicando la reglas de la multiplicación a los signos, a los coeficientes y a las literales con sus exponentes correspondientes, posteriormente se suman los términos semejantes.
Ejemplo:

1. $(3x-2y^2)\ (x+3y) = (3x)\ (x) + (3x)\ (3y) + (-2y^2)\ (x) + (-2y^2)\ (3y)$
   $3x^2 + 9xy - 2xy^2 - 6y^3$

2. Representamos por "x" el número de coches que hay en un estacionamiento y por "y" el número de motos. Escribe una expresión algebraica que indique el número de ruedas que hay en total. Mediante la expresión algebraica, calcula el número total de ruedas si en el estacionamiento hay 12 coches y 5 motos. Ruedas de coches 4x, ruedas de motos 2y total 4x
   + 2y.

   Ahora calculamos el valor numérico de
   $4x + 2y$ en donde $x = 12$ $y = 5$
   Sustituyendo:
   $4(12) + 2(5) = 48 + 10 = 58$
   En el estacionamiento hay 58 ruedas.

Concepto Clave

Monomios

Constan de un solo término. En un monomio hay:

- Un factor numérico que se llama coeficiente y
- Una parte constituida por letras y sus exponentes que se llama parte literal.

Concepto Clave

Polinomio

Es una expresión algebraica que consta de dos o más términos algebraicos.

De acuerdo a la cantidad de sumandos el polinomio recibe denominaciones particulares como: Binomio y TrinomiO

Fuentes de información:

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico (2018). *Manual del Docente de la competencia Matemática*. México: CoSDAc.

Monterey Institute for Technology and Education. *Multiplicando Polinomios*. Recuperado de http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U08_L2_T3_text_final_es.html Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Preparatoria 3. (2013) Expresiones algebraicas. Recuperado de https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa3/Plantilla%20Expresiones%20Algebraicas.pdf

Matemáticas educativas. Consultado en http://matematicaseducativasvoca.blogspot.com/2013/03/dos-ejemplos-aplicados-en-situaciones.html Matesfacil. Ejercicios interactivos. Consultado en https://www.matesfacil.com/interactivos/

Aprendizaje
Realiza operaciones con números enteros y racionales al resolver problemas en distintos contextos.
Contenidos esenciales
Números racionales: - Suma y resta - Multiplicación y división

Los números racionales surgen como una necesidad de resolver problemas que involucran división de un "todo", como cuando se habla de la mitad de una parcela, o repartir una pizza entre varios comensales, aplicar un impuesto a algún producto, etc.

NÚMEROS RACIONALES

Al introducir el concepto de la división, se genera el conjunto de los números racionales, que se definen como el cociente de dos números enteros. Recordemos de manera básica sus elementos.

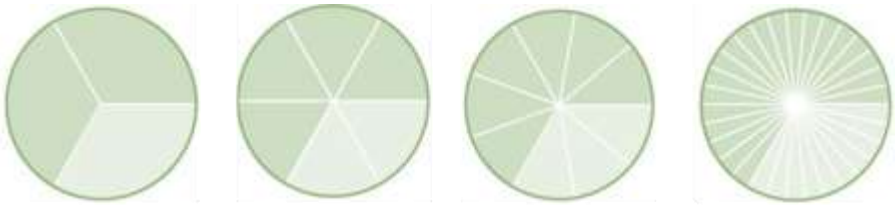
Numerado → $\frac{a}{b}$ ← Denominad

donde *a* y *b* son números enteros

Fracciones equivalentes

Los números racionales pueden ser enteros o no enteros, los que no son enteros se les llama también números fraccionarios o fracciones.

Las fracciones equivalentes son las que representan la misma cantidad, por ejemplo $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$ y $\frac{20}{30}$ son fracciones equivalentes.



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{20}{30}$$

Dos fracciones son equivalentes si los productos del numerador de una y el denominador de la otra son iguales. Por ejemplo, en las fracciones equivalentes $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ se cumple esta regla, pues multiplicar 2 x 6 es igual que multiplicar 4 x 3, ya que en ambos casos el producto es 12.

Para generar fracciones equivalentes se puede multiplicar tanto el numerador como el denominador por un mismo número.

OPERACIONES CON FRACCIONES

Adición y sustracción de fracciones

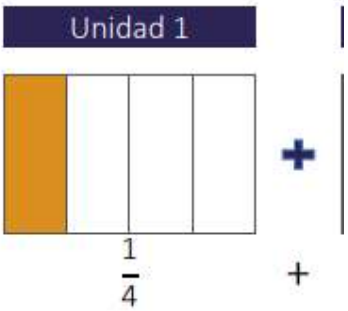
Al resultado de la operación de adición + se le llama suma y al resultado de la operación de sustracción se le lla

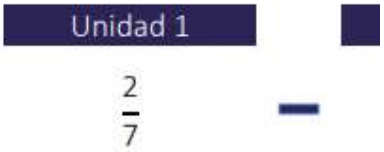
Adición y sustracción de fracciones con igual denominador

En este tipo de fracciones sólo sumamos los numeradores, pero mantenemos el mismo denominador, ya que estamos sumando partes de la unidad del mismo tamaño.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

Ejemplo





Adición y sustracción de fracciones con dife

Como las fracciones son partes de una unic que convertirlas en partes del mismo tam denominador (denominador común). Una denominador de una de las fracciones por

$$\frac{a}{b}$$

Ejemplo:

Multiplicación de números racionales

Para este caso, se aplica las siguientes regl

Ejemplo:

$$\frac{4}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{(4)(2)(2)}{(5)(6)(4)} = \frac{16}{120} = \frac{2}{15}$$

Simplificamos

División de fracciones

La división de dos fracciones se puede obtener multiplicando en cruz

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{(a)(d)}{}$$

La multiplicación del numerador "a" de la primera fracción por el denominador "d" de la segunda fracción es el numerador.

La multiplicación del denominador "b" de la primera fracción por el numerador "c" de la segunda fracción es el denominador.

$$\frac{7}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{(7)(4)}{(3)(1)} = \frac{}{3} \quad \frac{1}{}$$

Si la división de fracciones tiene números mixtos, se recomienda pasarlas primero a fracciones impropias, ejemplo:

$$3\frac{2}{5} \div \frac{4}{3} = \frac{15+2}{3} \div \frac{4}{3}$$

$$\frac{17}{5} \div \frac{4}{3} = \frac{51}{20} = 2\frac{11}{20}$$

Concepto Clave

Fracciones propias

Fracción donde el numerador es menor que el denominador, es decir, cuando el resultado de esta división se encuentra entre cero y uno.

Concepto Clave

Fracciones impropias

Fracción en donde el numerador es mayor o igual que el denominador. En estos casos puede observarse que el resultado de la división es mayor o igual a 1.

Concepto Clave

Fracciones Mixtas

Son expresiones matemáticas que representan la suma de un entero mas la suma de una fracción propia.

Fuentes de información:
UNAM. Portal académico CCH. Operaciones con números racionales. Recuperado de: https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/operacionesNumerosRacionales
Portal educativo, retomado en https://www.portaleducativo.net/sexto-basico/793/multiplicacion-y-division-de-fracciones el 19 de diciembre 2018.
Aula fácil, consultado en: https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas-primaria/trabajando-con-fracciones/division-de-fraccion el 19 de diciembre 2018.

INSTRUCCIONES: Resuelve los siguientes ejercicios de números fraccionarios.

a. $\frac{2}{4}+\frac{15}{5}+\frac{1}{2}=$	d. $\frac{10}{5}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{5}=$
b. $\frac{5}{10}-\frac{1}{5}+\frac{3}{2}=$	e. $\frac{2}{8}\times\frac{7}{4}\times\frac{5}{10}=$
c. $3\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}=$	f. $4\frac{2}{3}\times1\frac{1}{3}=$

INSTRUCCIONES: Resuelve los siguientes ejercicios de suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios.

a. $\left(\frac{5}{10}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{10}=$	c. $\left(-1\frac{1}{4}\right)\div\left(+\frac{8}{64}\right)=$
b. $\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(+\frac{6}{8}\right)=$	d. $\left(-2\frac{3}{4}\right)\div\left(+3\frac{1}{32}\right)=$

INSTRUCCIONES: Completa la expresión para que la interpretación de la operación sea correcta.
En un restaurante se tiene un platón con puré de papa que se va a repartir entre 10 personas. ¿Cuánto le tocará a cada una?
Completa la tabla indicando la cantidad de puré que le tocará a cada persona.

Cantidad de platones	Número de personas	¿Cuánto le tocará a cada una?
1	15	$\frac{1}{15}$
2	20	$\frac{1}{10}$
3	30	$\frac{1}{10}$

Fuentes de información:
Matemáticas de primer grado. Telesecundaria. Secretaría de Educación Pública, Recuperado de https://libros.conaliteg.gob.mx/content/restricted/libros/carrusel.jsf?idLibro=2593#page/28 el 07 de diciembre de 2018.
Aulafacil, Recuperado de: https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas-primaria/matematicas-quinto-primaria-10-anos/suma-y-resta-de-fracciones- l7753 el 19 de diciembre 2018

Aprendizaje
Realiza operaciones con números enteros y racionales al resolver problemas en distintos contextos.
Contenidos esenciales
Números enteros: **- Suma y resta** **- Multiplicación y división**

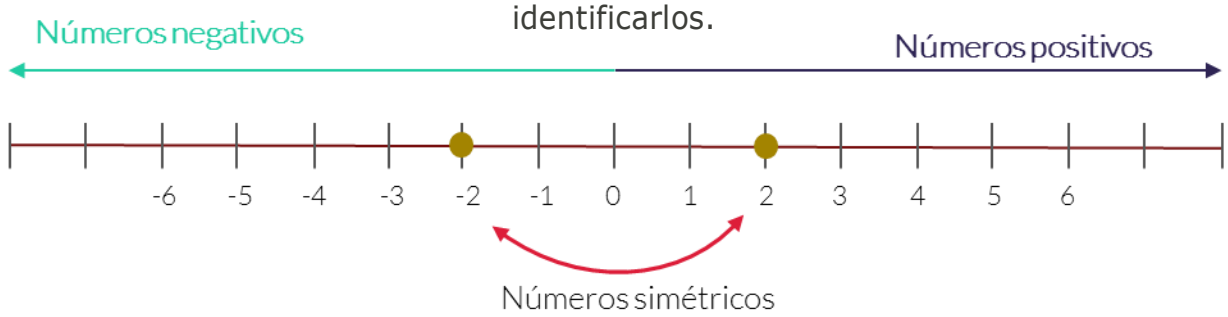
La idea más simple que se tiene sobre los números es que son símbolos que nos sirven para contar. Es algo muy natural que todos hacemos, por ejemplo: Podemos saber que tenemos "4 amigos" porque los contamos.
Para que un número tenga significado debe ser estudiado en un contexto específico, es decir, saber la unidad de la cual se está hablando.

NÚMEROS ENTEROS

Desde su aparición, el hombre tuvo la necesidad de contar sus pertenencias; para ello se apoyó de los números 1, 2, 3, 4, 5, …, a los que llamó números naturales; sin embargo, este conjunto de números fue ampliado para dar significado a las deudas, así se agregaron los números negativos y el cero. Al conjunto de los números mencionados se les llamó números enteros

$$\mathbf{Z} = \{\ldots, -6, -5, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$$

La representación de los números enteros en la recta numérica ayuda a comprenderlos e identificarlos.



En la recta numérica, los números positivos se encuentran a la derecha del cero y los negativos a la
izquierda de éste. A los números −2 y 2, se les llama números simétricos, puesto que su suma es cero. Características:

- Es un conjunto infinito.
- No tienen primer elemento.
- Se utilizan en operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

Las operaciones con números enteros

En las matemáticas, se tienen cuatro operaciones fundamentales o básicas, las cuales son: adición (suma), sustracción (resta), multiplicación y división.

Aunque habitualmente realizas estas operaciones de forma mecanizada, existen leyes de los signos que las rigen.

Suma	Resta	Multiplicación	División
$(+)+(+)=(+)$	$(+)-(-)=(+)$	$(+)(+)=(+)$	$\frac{(+)}{(+)}=(+)$
$(-)+(-)=(-)$	$(-)-(+)=(-)$	$(-)(-)=(+)$	$\frac{(-)}{(-)}=(+)$
$(+)+(-)=(+)$ o $(-)$	$(+)-(+)=(+)$ o $(-)$	$(+)(-)=(-)$	$\frac{(+)}{(-)}=(-)$
$(-)+(+)=(+)$ o $(-)$	$(-)-(-)=(+)$ o $(-)$	$(-)(+)=(-)$	$\frac{(-)}{(+)}=(-)$

Números con signos iguales

Se suman sus valores absolutos, y al resultado se le pone el signo que tenían los sumandos:

$$5 + (+4) = 9$$

$$-4 + (-10) = -14$$

Números con signos diferentes

SUMA

Si un sumando es positivo y el otro negativo, se restan sus valores absolutos y se le pone el signo del mayor:

$$8 + (-7) = 1$$

RESTA

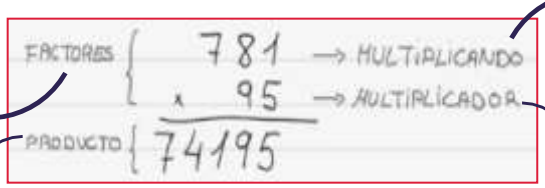
La resta de dos números enteros (minuendo menos sustraendo) se realiza sumando el minuendo más el sustraendo cambiado de signo.

$(+10) - (-5) = (+10) + (+5) = +15$
$(-7) - (+6) = (-7) + (-6) = -13$
$(-4) - (-8) = (-4) + (+8) = +4$
$(+2) - (+9) = (+2) + (-9) = -7$

MULTIPLICACION

Consiste en una operación de composición que requiere sumar reiteradamente un número de acuerdo a la cantidad de veces indicada por otro. Los términos

Son los números



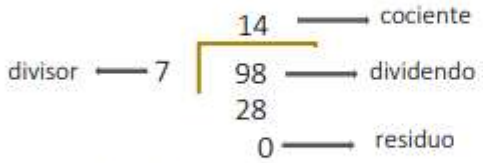
Número a sumar o número que

Es el resultado de la

Número de veces que se suma el

DIVISIÓN

La división matemática, busca el valor denominado cociente, que representa la cantidad de veces que aparece un número (llamado dividendo) en otro (conocido como divisor).



La división puede resultar exacta (si el residuo es cero) o inexacta (cuando el residuo es diferente a cero).

6÷2=3 (*"seis dividido en dos es igual a tres"*) es una división exacta.

Concepto clave

Valor absoluto

El valor absoluto de un número entero es el número natural que resulta de quitarle el signo. Se representa por dos barras verticales "| |".

Fuentes de información:
Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico (2018). *Manual del Docente de la competencia Matemática.* México: CoSDAc.
Colegio de Ciencias y Humanidades. Números enteros. Recuperado de https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/OpNumerosEnteros/ Smartick matematicas. La resta. Recuperado de https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/la-resta/
Espacio virtual. Divisiones……diviértete aprendiendo. Recuperado de http://mtrasarahimena.blogspot.com/2015/09/divisiones-diviertete-aprendiendo.html

Aprendizaje		
Realiza operaciones con números enteros al resolver problemas en distintos contextos.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Síntesis de la información. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto hacia el grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

Analiza la situación de aprendizaje "Amigos en Facebook".

José está muy emocionado porque después de varias semanas de abrir su cuenta en Facebook, ya tiene un número importante de amigos, como se observa en la siguiente tabla.

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

Considerando que cada semana se van acumulando los amigos de la semana anterior.

a. ¿Cuántos amigos se fueron uniendo por semana?

b. Suponiendo que cada semana fueran nuevos amigos, ¿cuántos tendría en total José?

c. En este mismo supuesto ¿en qué semana alcanzará más de la mitad de seguidores que acumuló en las doce semanas?

Participa en la plenaria contestando las preguntas que formulara el docente y pon atención a las respuestas de tus compañeros, éstas están relacionadas con el procedimiento que debes seguir para resolver la situación de aprendizaje.

Intégrate a un equipo colaborativo de cuatro integrantes y den respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué operaciones deben utilizar para solucionar el problema "Amigos en Facebook"?

  _____

- ¿Qué procedimiento facilita su solución?

  _____

- ¿Recuerdas las reglas de los signos? Escríbelas.

  _____

Suma y resta de números enteros.

La forma de escribir la suma de dos o más números enteros la conoces desde mucho tiempo atrás, por ejemplo, si queremos sumar 5, más 7, más 9, más 23, más un número negativo -10, se escribe:

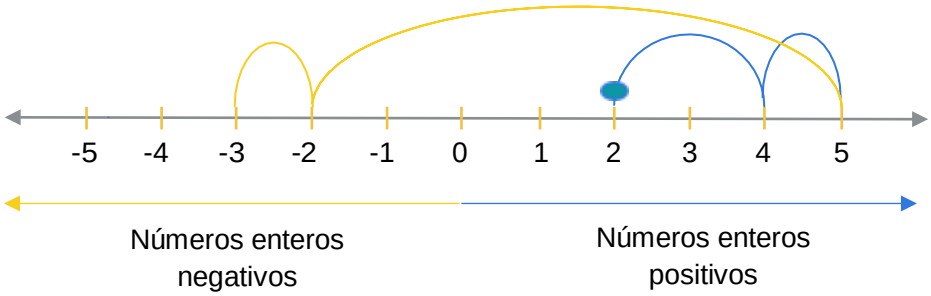
$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 7 \\ +\ 9 \\ +23 \\ -10 \\ \hline +34 \end{array}$$

O bien, de esta otra manera, que es la que utilizamos de forma cotidiana en matemáticas:

$$5 + 7 + 9 + 23 - 10 = 34$$

Es importante que veamos porqué algunas veces nos da como resultado un número positivo y otras un número negativo.

Observa, en la siguiente recta numérica lo que pasa: Si al número dos, le sumamos dos, sumamos uno, restamos siete y restamos uno, ¿cuál es el resultado?



El resultado es -3.

Como podrás observar, es fácil recordar cómo se trabajan los números enteros, positivos y negativos. Solo tienes que imaginar la recta numérica, cuidando de que al sumar, avances hacia la derecha (⟶), y al restar, retrocedas a la izquierda (⟵).

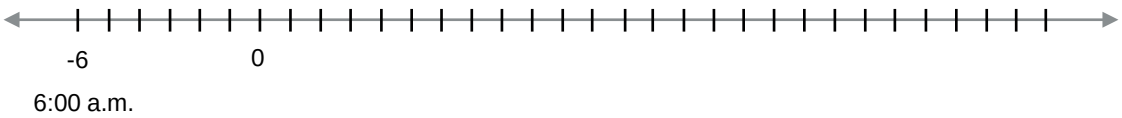
A la derecha del cero se tienen números positivos y a la izquierda números negativos.

Date cuenta que:

- La suma de dos números enteros negativos es un número negativo.
- La suma de dos números enteros positivos es un número entero positivo.
- La suma de dos números enteros de distinto signo, se pone el signo del número mayor.

Resuelve de forma individual los siguientes ejercicios:

1. A las 6:00 a.m. un termómetro marca 6°C bajo cero, a las 9:00 a.m. la temperatura aumentó 4°C, a las 12:00 p.m. la temperatura subió 10°C, a las 15:00 p.m. la temperatura ascendió 17°C, a las 18:00 p.m. la temperatura descendió 3°C y a las 21:00 p.m. la temperatura bajó 13°C. Representa las temperaturas en la recta numérica y determina la temperatura a las 21:00 p.m.



2. ¿Cuál será el resultado de las siguientes sumas y restas?

a) 2 – 4 – 6 – 9 =

b) -12 + 15 + 90 – 100 =

c) -20 – 30 – 40 =

d) -10 + 11 + 2 + 3 – 1 + 15=

e) 30 +12 – 25 – 2 – 4 +8 =

Multiplicación y división de números enteros.

Es importante resaltar que la regla de los signos para el caso de la multiplicación y la división es diferente:

Observa detalladamente:

Signos Iguales

$(+)(+) = +$ $(-)(-)=+$

$\frac{+}{+} = +$ $\frac{-}{-} = +$

Signos Diferentes

$(+)(-)= -$ $(-)(+)= -$

$\frac{+}{-} = -$ $\frac{-}{+} = -$

Ejemplos:

$(16)(13)=208$ $\frac{60}{10}=6$ $(12)(-12)= -144$ $\frac{-50}{-25}=2$ $(-35)(-2)= 70$ $\frac{-60}{10}=-6$

Completa el cuadro con las operaciones que se indican.

	x (139)	÷ (50)	x (-14)	÷ (-21)
-1195				

Resuelve el problema "Amigos de Facebook", de manera individual.

José está muy emocionado porque después de varias semanas de abrir su cuenta en Facebook, ya tiene un número importante de amigos, como se observa en la siguiente tabla.

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

Considerando que cada semana se van acumulando los amigos de la semana anterior.

a. ¿Cuántos amigos se fueron uniendo por semana?

Semana	Amigos
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Semana	Amigos
7	
8	
9	
10	
11	
12	

b. Suponiendo que cada semana fueran nuevos amigos, ¿cuántos tendría en total José?

Semana	Amigos
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Semana	Amigos
7	
8	
9	
10	
11	
12	

c. En este mismo supuesto ¿en qué semana alcanzará más de la mitad de seguidores que acumuló en las doce semanas?

_____

Con tu equipo compara, argumenta y llega a una solución común del problema y contesten y discutan las siguientes preguntas.

1. ¿Por qué es importante conocer las operaciones entre números enteros y fracciones?

_____

_____

2. ¿Podrías concebir a un ingeniero sin que utilice los números?, ¿creen que sería un buen ingeniero?

_____

3. Aún, una persona que no tenga muchos estudios, ¿podría vivir sin los números y sus cálculos? ¿por qué?

_____

_____

Participa en la plenaria compartiendo tus resultados y experiencias.

Resuelve los siguientes problemas.

1. En un colegio hay 627 alumnos y sabemos que hay el doble de chicas que de chicos. De las chicas, a todas menos a 15, les gustan mucho las matemáticas. ¿Cuántas chicas disfrutan con las matemáticas en este colegio?

Datos	Operaciones	Resultado

2. En una granja hay 3 800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días. ¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

Datos	Operaciones	Resultado

3. Eugenia quiere comprar un departamento de interés social que cuesta $320,520.00. En la inmobiliaria, le ofrecen: la mitad al contado y el resto en 12 cuotas fijas iguales. ¿Cuál es el valor de la cuota?

Datos	Operaciones	Resultado

Fuentes de información

UNAM. Portal académico CCH. Operaciones con números enteros Recuperado de: https://e1.portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/OpNumerosEnteros/

Aprendizaje		
Realiza operaciones con números racionales al resolver problemas en distintos contextos.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Síntesis de la información. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto de grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

Recuerda la situación de aprendizaje "Amigos en Facebook" de la sesión anterior.

José está muy emocionado porque después de varias semanas de abrir su cuenta en Facebook, ya tiene un número importante de amigos, como se observa en la siguiente tabla.

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

a. ¿Qué fracción representa el número de amigos por semana respecto del total de amigos que tiene José?

Participa en la plenaria, respondiendo las preguntas que realice tu docente.

Intégrate a un equipo colaborativo de cuatro o cinco integrantes; respondan las siguientes preguntas y participen en la plenaria.

a. ¿Cómo puedes saber qué fracción representa el número de amigos por semana respecto del total de amigos que tiene José?

_____

b. ¿Las reglas de los signos en la multiplicación y la división se aplican de la misma forma que en la suma y resta?

_____

c. Acomoda los elementos de la fracción en el lugar correspondiente, posteriormente acomoda los elementos de la fracción en la división.

numerador	denominador
Fracción	**División**
_____	_____

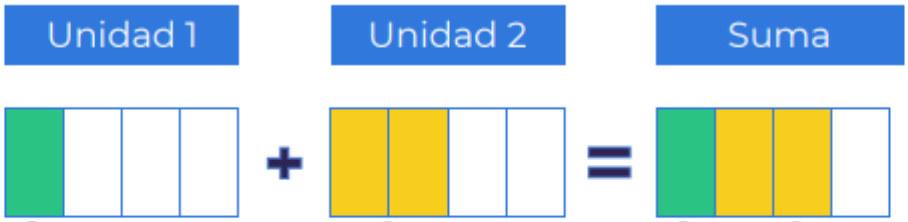
Revisa la siguiente información para reforzar tus conocimientos sobre operaciones con números racionales.

Sumas y restas de números fraccionarios.

Para poder sumar fracciones es requisito indispensable que los términos a sumar tengan el mismo denominador, en cuyo caso solo será cuestión de sumar o restar los numeradores.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

Ejemplos:



$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

Unidad 1		Unidad 2		Resta
$\frac{2}{7}$	$-$	$\frac{5}{7}$	$=$	$\frac{2}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2-5}{7} = -\frac{3}{7}$

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2+4+1-3}{5} = \frac{4}{5}$$

Efectúa las siguientes sumas y restas de fracciones, escribe tus respuestas en los espacios correspondientes.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{\quad}{\quad}$

$\frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{4}{\quad}$

$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{\quad}{\quad}$

$\frac{5}{7} - \frac{13}{7} = \frac{\quad}{\quad} = -1\frac{\quad}{\quad}$

Continúa con la lectura del siguiente texto.

Pero, ¿esto también pasa cuando tenemos diferentes denominadores?, por ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = ?$$

Como las fracciones son partes de una unidad, pero de diferente tamaño, para poder sumarlas tenemos que convertirlas en partes del mismo tamaño, es decir, fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador (denominador común).

Una forma de lograr esto es por el método cruzado:

Método cruzado	
$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{\overbrace{(2)(5)+(3)(4)}^{\text{10 más 12}}}{(3)(5)} = \frac{22}{15}$ multiplicar	Se multiplica de forma cruzada y el resultado se suma Los denominadores se multiplican.
El inconveniente del método cruzado es que si tenemos más de dos fracciones para sumar o restar, entonces tenemos que ir de dos en dos fracciones.	

Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones, escribe tus respuestas en los espacios correspondientes.

a. $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{(\quad)(\quad) - (\quad)(\quad)}{(\quad)(\quad)} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b. $\frac{3}{2} + \frac{5}{6} = \frac{(\quad)(\quad) + (\quad)(\quad)}{(\quad)(\quad)} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{6} = 2\frac{\quad}{\quad}$

Otro método para sumar o restar tres o más fracciones es obtener el mínimo común denominador (m.c.d.)

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{2} + \frac{1}{4} =$$

Para obtener el m.c.d. de dos o más números, que es el mínimo común múltiplo, se multiplican sus factores primos. Por ejemplo, para los números 3, 2 y 4 se extrae a cada uno -cuando se puede- mitad, tercera, quinta, etc., hasta llegar a la unidad, como se muestra en la siguiente tabla:

3	2	4	Factores primos
3	1	2	2 (extrayendo mitad)
3		1	2 (extrayendo mitad)
1			3 (extrayendo tercera)

Por tanto, el mínimo común denominador de 3, 2 y 4 se obtiene al multiplicar (2)(2)(3)=12

El m.c.d., que en este caso resultó ser 12, se divide entre cada uno de los denominadores de las fracciones (3, 2 y 4) y el resultado de esta división se multiplica por el numerador respectivo (2, 4 y 1):

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{2} + \frac{1}{4} = \frac{\left(\frac{12}{3}\right)2 + \left(\frac{12}{2}\right)4 + \left(\frac{12}{4}\right)1}{12} = \frac{8+24+3}{12} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

$\frac{\quad}{\quad}$ $\frac{\quad}{\quad}$

Resuelve de manera individual los siguientes ejercicios.

a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{(\_)\ +(\_)\ +(\_)}{\qquad}=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{\ }{\ }$

Calcula el m.c.m.

2	5	6	Factores primos

b. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{6}=\frac{(\_)\ +(\_)\ -(\_)}{\qquad}=\frac{\qquad}{\qquad}=\frac{\ }{\ }=\frac{2}{3}$

Calcula el m.c.m.

2	3	6	Factores primos

Retoma la lectura y realiza los ejercicios que ahí se indican.

La **multiplicación de fracciones** se realiza multiplicando numerador con numerador y denominador con denominador.

Recuerda que, al multiplicar un entero por una fracción, el entero es en realidad otra fracción, solo que tiene como denominador a la unidad (1), por eso no se ve.

Ejemplos:

$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$	$(-8)\left(\frac{5}{3}\right)=-\frac{40}{3}$	$\left(-\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{40}{63}$

Para **dividir fracciones**, podemos seguir dos caminos.

Uno es hacer el producto cruzado, como indica el diagrama siguiente:

$$\frac{5}{3}\div\frac{2}{7}=\frac{35}{6}$$

Otra, es cuando la expresión aparece en forma de cociente, por ejemplo:

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{(4)(2)}{(3)(5)} = \frac{8}{15}$$

En este último caso, se multiplican los valores extremos y el resultado se coloca en el numerador, se multiplican los valores de en medio y el resultado se coloca como denominador.

Este método también lo debes conocer como la regla del sándwich.

En equipos completen la siguiente tabla, poniendo especial atención a los signos y reglas matemáticas.

a. $(5)(-3)\left(\frac{1}{4}\right)=$	d. $\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{6}{7}\right)(-4)=$	g. $\frac{-\frac{6}{5}}{-\frac{7}{2}}=$	j. $\frac{\frac{9}{5}}{\frac{-8}{3}}=$
b. $\left(\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)=$	e. $\frac{4}{\frac{5}{-7}}=$	h. $\frac{6}{7}\div 9=$	k. $\frac{9}{4}\div -7=$
c. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{-7}}=$	f. $6\div\frac{1}{8}=$	i. $\left(\frac{4}{7}\right)\left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{-7}{2}\right)=$	l. $\left(\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{3}{8}\right)=$

Recuerda que...

La suma y resta de enteros, así como racionales con mismo denominador pueden hacerse de manera directa, pero los racionales con diferente denominador tenemos que proceder a obtener un denominador común.

Trabaja de manera individual el problema "Amigos en Facebook".

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

a. ¿Qué fracción representa el número de amigos por semana respecto del total de amigos que tieneJosé?

Semana	Fracción	Semana	Fracción
1			
2			
3			
4			
5			
6			

En equipos comparen el resultado y en caso de no coincidir revisen y llegen a un resultado único. Discutan las siguientes interrogantes.

1. Si utilizamos el método de m.c.m. para sumar o restar fracciones con mismo denominador, ¿obtenemos el mismo resultado que sumando sólo los numeradores? ¿Por qué?

_____

_____

_____

2. ¿Si sumamos o restamos números enteros con racionales, qué es lo que hacemos en este caso?

_____

Participa en la plenaria, comentado tú experiencia.

1. Resuelve la siguiente operación aritmética, utilizando los métodos revisados en esta sesión.

$$5+\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}}-3\left(\frac{7}{8}\right)\left(\frac{9}{7}\right)=$$

Procedimiento:

2. Acomoda los números 3, 4, 5 y 7 de tal forma que obtengas el resultado que se indica:

$$\frac{\frac{\square}{\square}}{\frac{\square}{\square}} \text{ para que el resultado sea } \frac{12}{35}$$

Visita la siguiente liga, en donde podrás practicar y aprender más sobre las operaciones con fracciones.

https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=sumar%20y%20restar%20fracciones%20con%20denominadores%20diferentes

Fuentes de información

UNAM. Portal académico CCH. Operaciones con números racionales. Recuperado de: https://e1.portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/operacionesNumerosRacionales

Aprendizaje		
Reconoce el comportamiento de sucesiones aritméticas y geométricas al resolver problemas en diferentes contextos.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Dominio de conceptos y fórmulas. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto del grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

Sigue las indicaciones de tu docente y realiza la actividad en forma individual.

Magia en las sucesiones

Instrucciones:

1. Escoge dos números naturales entre el 1 y el 15, no importando el orden y escribe cada uno de ellos en las primeras 2 casillas de la izquierda.

2. A continuación, la tercera casilla corresponderá a la suma de la primera y segunda, la cuarta casilla será la suma de los números de las casillas dos y tres, ejemplo:

C1	C2	C3=C1+C2	C4=C3+C2	C5=C4+C3	C6=C5+C4	C7=C6+C5	C8=C7+C6	C9=C8+C7	C10=C9+C8

¿Cuánto tiempo crees tardar en encontrar el valor de la suma de todas las casillas?

3. Sin utilizar la calculadora o cualquier aparato electrónico, encuentra el valor de la suma de las 10 casillas, el profesor tomará el tiempo que tarden en realizarlo.
4. Con el apoyo del compañero de a lado, revisen si está bien el valor de la suma, en caso de no ser así, háganle ver a su compañero cual fue el error.

5. Reflexionen lo siguiente:

¿Qué pensarían, si les digo que pueden encontrar el valor de las sumas en menos de 10 segundos? ¿Es posible? ¿Cómo se imaginan que pudiera ser?

El truco es, identificar el valor de la casilla número 7, ese valor multiplíquenlo por 11. ¿Qué observan?

¿Sucedió lo mismo para todos tus compañeros, sin importar que par de números escogieron? ¿Funcionará para números negativos? ¿Un positivo y un negativo? ¿Para números muy grandes? ¿Fracciones?

Si no logras realizar el ejercicio facilmente, puedes apoyarte de tus compañeros.

Atiende las indicaciones del docente, y lee la siguiente situación.

Lore quiere iniciar una granja de conejos, para ello, sus mejores amigos Luis y Gaby le regalan un par de conejos bebés, un macho y una hembra. Las parejas de conejitos pueden tener bebés solo hasta el tercer mes de haber nacido.

Al **tercer** mes, la coneja tuvo 2 bebés, un macho y una hembra, por lo cual ya se tienen 2 parejas de conejitos.

Al **cuarto** mes, la parejita original, vuelve a tener otro par de conejitos, un macho y una hembra, por lo tanto, ya hay 3 parejas de conejitos.

Al **quinto** mes la pareja original vuelve a tener otro par de bebés, y a su vez, la primera pareja de conejitos que nació, tienen también un par de bebés por lo tanto la granja ya cuenta con 5 parejas de conejitos. Al **sexto** mes, la pareja original, la nacida en el tercer mes y la del cuarto mes, ya pueden tener un par de bebés cada una, más las 2 parejas de conejos nacidos en el quinto mes, ya son 8 parejas de bebés.

Nótese: Que los conejitos, siempre nacen en parejas, un macho y una hembra. Y después del segundo mes de nacidos, cada pareja ya puede tener bebés.

a. ¿Cómo podríamos saber cuántos conejitos habrá en la granja de Lore, después de año y medio?

b. ¿Hay algun apoyo gráfico que se pueda utilizar para lo anterior?

c. ¿Existe una relación numérica, mes con mes, que nos ayude a determinar cómo crece la granja?

Atiende o contesta las preguntas que el profesor vaya haciendo, a la par crea una idea del procedimiento que debes seguir para resolver la situación de aprendizaje.

- ¿Sabes qué es una sucesión?

  _____

- ¿Qué necesitas saber, para determinar, explicar y justificar una expresión matemática que represente una sucesión?

  _____

- ¿Cómo se llaman los elementos de una sucesión?

  _____

Intégrate a un equipo de cuatro a cinco personas y den respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo podríamos saber, que tanto crece la granja mes con mes?

  _____

  _____

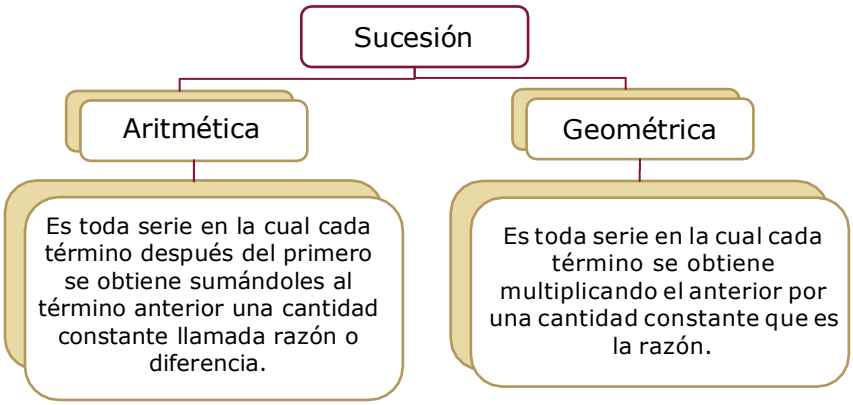
- ¿Hay alguna forma de representar la cantidad de parejas de conejitos que hay mes con mes?

  _____

Pon atención a la explicación de tu docente te ayudará para reforzar tus conocimientos.

Sucesiones:

Una sucesión es una lista de términos dispuestos en un orden específico de forma que queden definidos por una regla de dependencia determinada por el conjunto de los números naturales.



Ejemplo:

Un hombre avanza 6 m en el primer segundo y en cada segundo posterior avanza 25 cm más que el anterior. ¿Cuánto avanzó y que distancia habrá recorrido en 8 segundos?

Solución:

Te puedes apoyar en la siguiente tabla.

Tiempo	1 seg	2 seg	3 seg	4 seg	5 seg	6 Seg	7 seg	8 seg
Avanza en metros	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75
Distancia en metros	6	12.25	18.75	25.5	32.5	39.75	47.25	55

En la fila “Avanza” se muestra como se incrementa su desplazamiento conforme pasa el tiempo.

En la fila “Distancia” se muestra la suma de la distancia recorrida en el tiempo anterior con el nuevo avance.

Resuelve de manera individual los siguientes ejercicios.

a. Hallar la suma de los 8 primeros términos de 15, 19, 23, …

_____

_____

b. Hallar la suma de los primeros 9 términos de 1/2, 1, 3/2, …

_____

_____

c. Hallar los 10 primeros términos de -2, 1, 4, …

_____

_____

d. Hallar el séptimo término de 1, 4, 9, …

_____

_____

Resuelve la situación de aprendizaje presentada al inicio de la sesión.

Lore quiere iniciar una granja de conejos, para ello, sus mejores amigos Luis y Gaby le regalaron un par de conejos bebés, un macho y una hembra. Las parejas de conejitos pueden tener bebés solo hasta el tercer mes de haber nacido.

Al **tercer** mes, la coneja tuvo 2 bebés, un macho y una hembra, por lo cual ya se tienen 2 parejas de conejitos.

Al **cuarto** mes, la parejita original, vuelve a tener otro par de conejitos, un macho y una hembra, por lo tanto, ya hay 3 parejas de conejitos.

Al **quinto** mes la pareja original vuelve a tener otro par de bebés, y a su vez, la primera pareja de conejitos que nació, tienen también un par de bebés por lo tanto la granja ya cuenta con 5 parejas de conejitos.

Al **sexto** mes, la pareja original, la nacida en el tercer mes y la del cuarto mes, ya pueden tener un par de bebés cada una, más las 2 parejas de conejos nacidos en el quinto mes, ya son 8 parejas de bebés.

Nótese: Que los conejitos, siempre nacen en parejas, un macho y una hembra. Y después del segundo mes de nacidos, cada pareja ya puede tener bebés.

a. ¿Cómo podríamos saber, que tanto crece la granja mes con mes?

b. ¿Hay alguna forma de representar la cantidad de parejas de conejitos que hay mes con mes?

Representación:

c. ¿Cómo podríamos saber cuántos conejitos habrá en la granja de Lore, después de año y medio?

En equipos comparen sus respuestas, comenten sus resultados y contesten la siguiente pregunta.

¿Cuál es la mayor dificultad en este tipo de ejercicios?

Atiende las indicaciones del docente para participar en la plenaria explicando su proceso de solución y los resultados de la situación planteada.

Resuelve de manera individual los siguientes ejercicios.

1. ¿Cuál es el quinto término de la sucesión 4/3, 8/9, 16/27, …?

   _____

2. ¿Cuál es el 9° término de la sucesión 2, 4, 6,…?

   _____

3. ¿Cuál es la suma de los primeros 30 términos de la sucesión 1, 2, 3, 4,…?

   _____

4. ¿Cuál es la suma de los primeros 10 términos de 1, 2, 4, 8,…?

   _____

5. Escribe los siguientes cinco términos de la sucesión 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,…

   _____

Fuentes de información

- ✓ Red De Cerebros (30 de agosto de 2016) Fibonacci y el Número de Oro. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=8bCYiUIlF2k
- ✓ KhanAcademyEspañol (28 de febrero de 2020) Definición de sucesiones de manera explícita y recursiva. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=NYrEbcDhDE028/02/2020
- ✓ Stellamcz4 (20 de noviembre de 2010) Sucesión de Fibnacci.avi. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=He1z5DdTmQQ
- ✓ Derivando (08 de septiembre de 2015) La sucesión de Fibonacci y la razón aúrea. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=yDyMSliKsxI
- ✓ ElProfeJose(8 de abril de 2016) Truco de Magia Numérica El Legado de Fibonacci Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=GLIBpgX7Lk4

Aprendizaje		
Reduce términos semejantes de expresiones algebraicas.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Dominio de conceptos y fórmulas. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto del grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución.

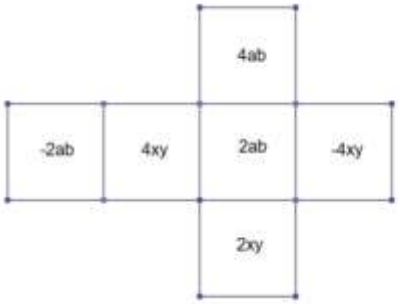
Bolas de nieve

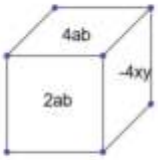
Instrucciones:

1. En un trozo de papel, reciclado de preferencia, escriban una fruta de su agrado.
2. Una vez escrita la expresión, hagan una bolita de papel y arrójenla al frente del salón simulando bolas de nieve.
3. Pasen y levanten una bolita de nieve, abran el papel y reúnanse con otros estudiantes que coincidan con la fruta que tienen en el papel que les tocó y compartan una frase que los motive para empezar el día.

- Guarda el papel el resto del día, y si en el transcurso de éste pasas por un mal momento, abre el papel y recuerda el mensaje de motivación que te compartieron tus compañeros.
- Participa en la plenaria y realiza el análisis de la siguiente situación, no completes la tabla, ni respondas las preguntas.

El docente de álgebra diseña una estrategia de enseñanza aprendizaje, que consiste en fabricar un dado, pero en lugar de escribir los puntos tradicionales, escribe en él, letras y números. Solicita al estudiantado que lancen el dado y registren lo que les aparece, el reto es que al final de todo el proceso gana quien sume más puntos. El docente y sus alumnos deciden hacer un registro de los resultados en la siguiente tabla, obsérvala.





Lanzamientos	Resultados		
	Juan	Miguel	Pedro
1	4ab	-2xy	-4xy
2	4ab	2ab	-4xy
3	2xy	4ab	2ab
4	-2ab	-2ab	2ab
5	-4xy	4xy	4ab
6	4ab	2ab	4ab
7	2ab	-4xy	-4xy
8	2ab	2ab	2xy
9	2xy	4xy	2xy
10	4xy	4ab	2xy

1. Coloca los términos semejantes y el operador de suma (+) o resta (-), en la columna que le corresponde.

Juan			Miguel			Pedro		
_____ ab	____	_____ xy	_____ab	____	_____ xy	_____ ab	____	_____ xy

Contestalas siguientes preguntas.

- ¿Qué operación matemática debo aplicar?

  _____

- ¿Qué puedo hacer si existen diferentes letras con números?

  _____

- ¿Qué debo hacer con los datos que tienen signo negativo?

  _____

Intégrate a un equipo colaborativo de 4 a 6 integrantes para dar respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo puedes resolver el problema?

_____

- ¿Qué procedimiento facilita la resolución del problema?

_____

Revisa la siguiente información para reforzar los conocimientos sobre reducción de términos semejantes.

Los términos semejantes están formados por las mismas variables con los mismos exponentes, y en algunos casos estos sólo se diferencian por sus coeficientes numéricos.

También son considerados términos semejantes aquellos que no tienen variables; es decir, aquellos términos que sólo poseen constantes. Por ejemplo, los siguientes términos son semejantes:

$\mathbf{-6x^2 -3x^2}$. Ambos términos tienen la misma variable x^2.

$\mathbf{-4a^2b^3 +2a^2b^3}$. Ambos términos tienen las mismas variables a^2b^3.

$\mathbf{-7 -6}$. Ambos términos son constantes.

La reducción de términos semejantes se hace aplicando la propiedad asociativa de la adición y la propiedad distributiva del producto. Usando el siguiente procedimiento se puede hacer una reducción de términos:

1. Se agrupan los términos semejantes.
2. Se suman o restan los coeficientes (los números que acompañan a las variables) de los términos semejantes, y se aplican las propiedades asociativas, conmutativas o distributivas, según sea el caso.
3. Se escriben los nuevos términos obtenidos, colocando delante de éstos el signo que resultó de la operación.

Ejemplo:

Reducir los términos de la siguiente expresión:

10x + 3y + 4x + 5y

Solución:

1. 10x + 3y + 4x + 5y

   10x + 4x + 3y +5y

2. 10x + 4x + 3y +5y

   (10 + 4)x + (3 + 5)y

3. 14x + 8y

Recuerda que...

Para reducir términos semejantes es importante tomar en cuenta los signos que tienen los coeficientes de las variables para poder aplicar ley de signos para suma y resta.

Ahora, que ya hemos recordado mucho de lo que has aprendido, pongamos en práctica tus habilidades.

Resuelve de manera individual lo que se solicita en cada caso:

a. Realiza las siguientes operaciones:

4 + 5 + 6 + 9 + 4= _____

3 + 2 + 4 – 2 – 3= _____

–5 – 6 – 8 – 9= _____

–3 + 5 + 6 – 4= _____

–8 + 9 + 5 – 6= _____

b. Relaciona con una línea cada elemento con su término semejante.

Elemento	**Término semejante**
-2	2ba
4ab	-w
-t	8ed

125w	5
-sp	2t
8ed	+ps
$-5b^2$	$-4x^3$
$2x^3$	- 5
-10xy	$8b^2$
58	77xy

c. Llena la tabla colocando lo que se solicita en cada columna:

Expresión algebraica	Signo	Coeficiente	Literal	Potencia	Término semejante
$8b^2$					
$-4x^3$					
77xy					
-2ab					
$2x^3$					
4ab					
$-5b^2$					
-10xy					

Resuelve de manera individual la situación de aprendizaje.

El docente de álgebra diseña una estrategia de enseñanza aprendizaje, que consiste en fabricar un dado, pero en lugar de escribir los puntos tradicionales, escribe en él, letras y números. Solicita al estudiantado que lancen el dado y registren lo que les aparece, el reto es que al final de todo el proceso gana quien sume más puntos. El docente y sus alumnos deciden hacer un registro de los resultados en la siguiente tabla, obsérvala.

Lanzamientos	Resultados		
	Juan	Miguel	Pedro
1	4ab	-2xy	-4xy
2	4ab	2ab	-4xy
3	2xy	4ab	2ab
4	-2ab	-2ab	2ab

Lanzamientos	Resultados		
	Juan	Miguel	Pedro
5	-4xy	4xy	4ab
6	4ab	2ab	4ab
7	2ab	-4xy	-4xy
8	2ab	2ab	2xy
9	2xy	4xy	2xy
10	4xy	4ab	2xy

1. Coloca los términos semejantes en la columna que le corresponde.

Juan			Miguel			Pedro		
ab		xy	ab		xy	ab		Xy

Con tu equipo compara, argumenta, llega a una solución común del problema y discutan las siguientespreguntas.

1. ¿La suma o reducción de términos semejantes que realizaste por cada columna puede expresar un puntaje de los dados?

_____

¿Por qué?

_____

2. ¿La redución de términos semejantes de los datos puede definir un ganador?

_____

¿Por qué?

_____

3. ¿Quién sería elganador?

_____

¿Por qué?

_____

_____

Participa en la plenaria compartiendo tus resultados y experiencias. Escucha o argumenta las respuestas a las siguientes preguntas.

- ¿Qué procedimiento utilizaste?

  _____

- ¿Qué aprendiste?

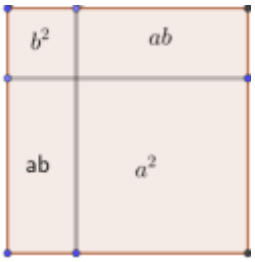
  _____

- ¿Dónde puedes aplicar lo que aprendiste?

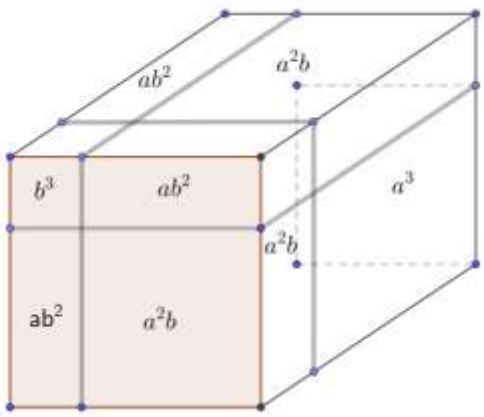
  _____

En lo individual resuelve los siguientes ejercicios.

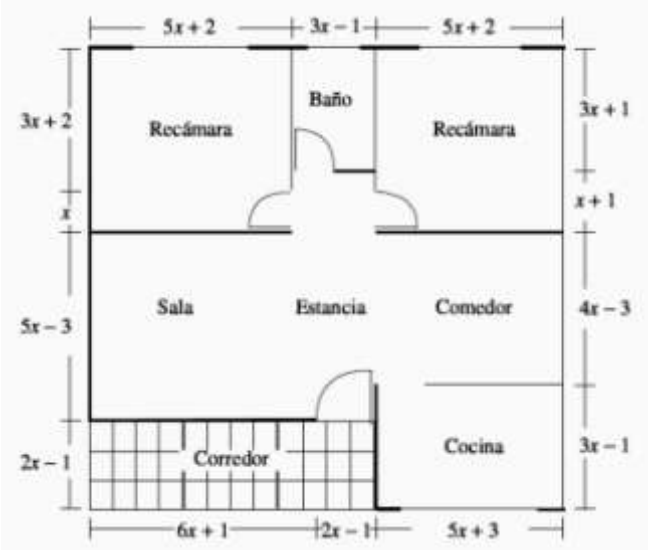
1. Si se divide un cuadrado en las siguientes secciones y cada expresión indica un área determinada. Expresa el área total de dicho cuadrado:



2. Cada una de las secciones de la figura representa una porción del volumen. Determina el volumen total del cubo.



3. Indica la expresión algebraica que determine el perímetro total de la construcción que se muestra en la siguiente figura.



Visita la siguiente liga para mayor información del tema:

http://matematicasfun.blogspot.com/2011/11/reduccion-de-terminos-semejantes.html

Fuentes de información:

Lifeder.com. (2019). Bellver, R. 17 Técnicas y Juegos de Relajación Para Niños. Recuperado de: https://www.lifeder.com/tecnicas-relajacion-para-ninos/

Colegio Nacional de Matemáticas. (2009). Matemáticas simplificadas. Segunda edición. Pearson educación. México.

Aprendizaje		
Resuelve ecuaciones lineales con una incógnita para la solución de problemas o situaciones de la vida cotidiana.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Dominio de conceptos y fórmulas.	♦ Respeto por el resto de grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información. ♦ Síntesis de la información.

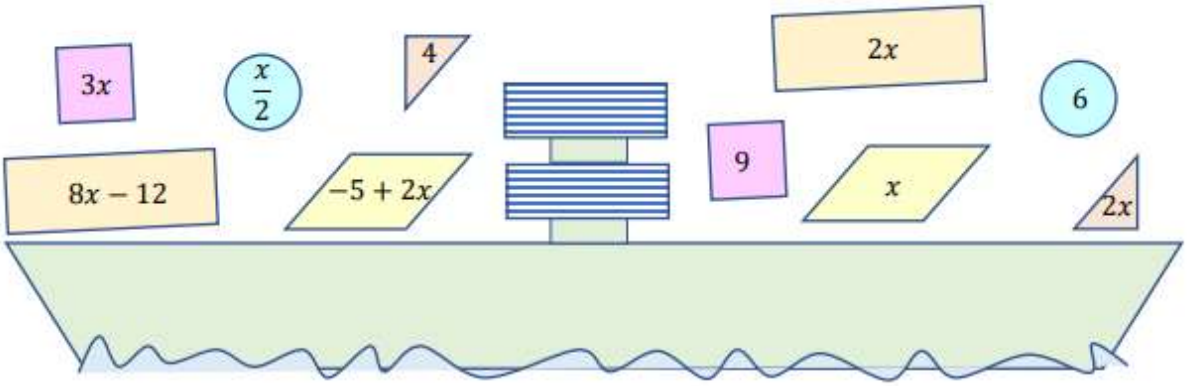
Colorea del mismo color los cuadros que sean iguales en resultado.

$6+1$	$8-2$	$\frac{4}{4}$	5×2
$\frac{12}{3}$	1	3×0	$6-2$
$5+5$	$5+1$	7	0

Analiza el siguiente problema:

México envía un barco con contenedores de diferentes formas geométricas y pesos en toneladas, la cabina de control tiene la forma del signo de igual, debido a que se tiene que mantener el mismo peso en ambos lados del barco para que no se hunda.

Observa la imagen.



Participa en plenaria dando tu opinión sobre las preguntas.

- ¿Qué forma geométrica tienen los contenedores?
- ¿Cómo puedes determinar el peso de los contenedores?

Determinar el valor que falta en las siguientes ecuaciones.

$5 + \square = 12$	$4 = 12 - \square$
$\frac{\square}{3} = 4$	$1 + \square = 12 - 5$
$\square - 5 = 3$	La literal x representa el valor desconocido.
$3 \times \square = 6$	$3 + x = 10$
$10 + \frac{\square}{2} = 15$	$x =$
	$4 + 2x = 12$
	$x =$
	$\frac{5x}{2} = 10$
	$x =$

- Si el docente lo solicita pasa al pizarrón para resolver las ecuaciones explicando cómo determinaste el resultado.

- Observa las figuras geométricas de los contenedores del barco y contesta lo siguiente:

a. ¿El valor numérico de la literal x es igual al peso del contenedor, por qué?

_____

b. Iguala las ecuaciones de los contenedores que tiene la misma forma geométrica.

Ecuaciones lineales con una incógnita		
$\frac{x}{2}$	=	6
	=	
	=	
	=	
	=	

- Atiende la definición que dará el docente sobre ecuación de primer grado y como resolverlas.

Una **ecuación de primer grado con una incógnita** es una igualdad que involucra un valor desconocido, usualmente se asignan las últimas letras del abecedario "□, □ , □", una constante , y el símbolo igual "=" indica un equilibrio entre los términos del lado derecho e izquierdo, ejemplos:

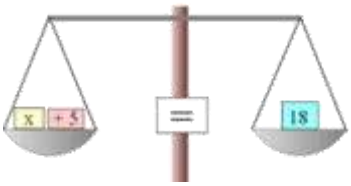
$$2x = 6$$

$$3m = 6 + 2m$$

$$a + 2 = 3a + 10$$

$$4 - 3n = n + 4n$$

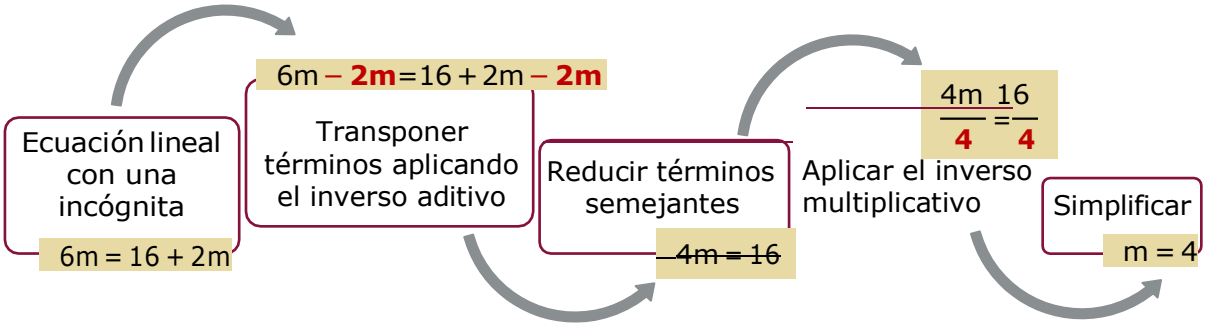
$$x + 3x + \frac{x}{2} = 200$$



Recomendación general para resolver ecuaciones de primer grado con una incognita:

1. Plantear la ecuación.
2. Hacer la transposición de términos aplicando inverso aditivo o multiplicativo, para ubicar los términos con la incógnita de un mismo lado.
3. Reducir los términos semejantes, cuando sea posible.
4. Simplificar.

Ejemplo:



De manera individual completa la siguiente tabla con la información ya identificada del barco y suscontenedores.

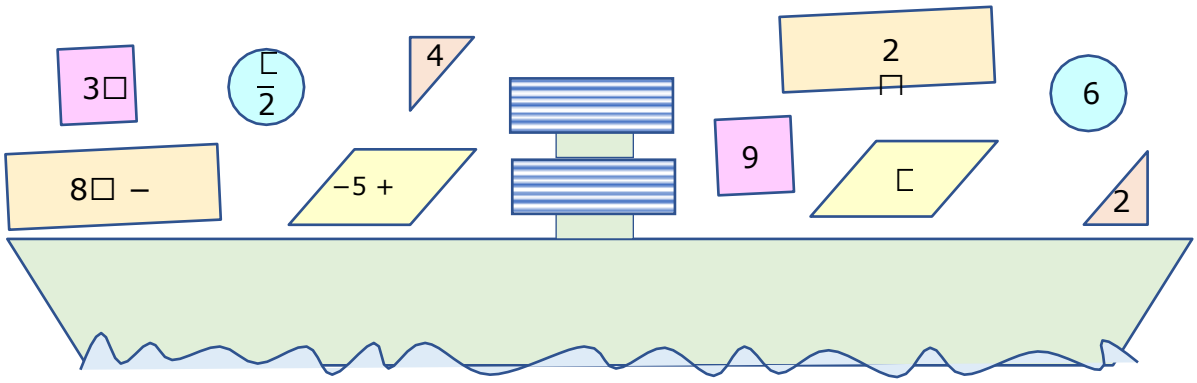


Figura	Ecuación	Procedimiento para determinar el valor de x	Peso del contenedor
Triángulo	$4 = 2x$		
		$\therefore\ x = 3$	
	$\frac{x}{2} = 6$		6 toneladas

En parejas completen la tabla. Al concluir compartan sus resultados con el grupo.

Figura	Ecuación	Procedimiento para determinar el valor de x	Peso del contenedor
Rectángulo			
Romboide			

En plenaria responde las siguientes preguntas. Toma nota de las respuestas acordadas.

1. ¿Cómo obtuvieron el peso de los contenedores?

_____

2. ¿El valor numérico de la literal "☐" es igual al peso del contenedor, por qué?

_____

3. ¿Cuánto pesan todos los contenedores?

_____

Resuelve el siguiente ejercicio.

Víctor fue al mercado para comprar manzanas, naranjas y plátanos; las naranjas costaron el doble de lo que pago por las manzanas y los plátanos costaron 8 pesos menos que las manzanas, en total gastó 100 pesos. Determina el precio de las manzanas, naranjas y plátanos.

Consulta la siguiente liga para aprender más del contenido de ecuaciones lineales con una incógnita.

https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-solving-equations

Fuentes de información

Bohorquez, M. (1981). En el amable mundo de la matemática. México. Patria.

Aprendizaje		
Sentido numérico y pensamiento algebraico multiplicación de expresiones algebraicas.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Expresiones algebraicas. ♦ Manejo de la información. ♦ Leyes de los exponentes. ♦ Multiplicación algebraica. ♦ Cálculo mental.	♦ Conoce sus debilidades y fortalezas. ♦ Toma decisiones razonadas y responsables. ♦ Convive de manera armónica.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

Lee la situación de aprendizaje considerando la tabla de relaciones y los datos registrados en "Inseguridad, problema nacional".

Delito es toda acción u omisión que sancionan las leyes penales. En México en total se tiene una clasificación de 40 tipos de delitos y 55 subtipos de delitos.

La siguiente tabla muestra los delitos reportados en tres entidades.

Entidad	**Homicidios por accidentes de tránsito**	**Daño a la propiedad**	**Violencia de género**	**Falsificación**	**Daño al medio ambiente**
Ciudad de México	**?**	2d	**?**	3f	6m
Estado de México	3a	d	4v	2f	4m
Jalisco	A	**?**	3v	f	**?**

En donde:

a = homicidios por accidentes de tránsito

d = daño a la propiedad

v = violencia de género

f = falsificación

m = daño al medio ambiente

Se sabe que en el mes de febrero se presentaron las siguientes relaciones entre los estados.

En Ciudad de México:

Los homicidios por accidentes de tránsito reportados son los mismos que los reportados como homicidios por accidentes de tránsito, más daño a la propiedad por falsificación en el Estado de México.

Los delitos de violencia de género equivalen al doble del daño al medio ambiente, reportados en el Estado de México.

En Jalisco:

Los delitos por daño a la propiedad son igual que la suma de los homicidios por accidentes de tránsito más daño a la propiedad por la suma de violencia de género más falsificación, reportados en el estado de México.

Y que los delitos por daño al medio ambiente es el triple de los de falsificación.

1. ¿Qué expresión algebraica ofrece el total de delitos por daño a la propiedad en Jalisco?
2. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de homicidios por accidente de tránsito en la ciudad de México?
3. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos por daño al medio ambiente en Jalisco?
4. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de delitos por violencia de género en la Ciudad de México?
5. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos?
6. ¿Se puede simplificar (reducir) esta expresión?

Participa en la plenaria contestando o escuchando las preguntas que formulará el docente, éstas están relacionadas con el procedimiento que debes seguir para resolver la situaciónde aprendizaje.

¿Qué operaciones están involucradas en las preguntas?

_____

_____

¿Qué representan las expresiones (letras) en la tabla?

_____

_____

Intégrate a un equipo colaborativo de 4 a 6 integrantes y respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un término algebraico? ¿Y cuáles son los elementos que lo componen?

_____

_____

_____

2. ¿Qué es un monomio?

_____

_____

_____

3. ¿Qué es un polinomio?

_____

_____

_____

4. ¿Cómo se multiplican monomios con polinomios?

_____

_____

_____

Revisa los contenidos clave de la sesión, analiza los ejemplos y resuelve los ejercicios.

Multiplicación de expresiones algebraicas

La multiplicación de expresiones es una operación donde primero se multiplican los signos, luego los números y posteriormente las literales, de tal forma que todos los términos de la primera multiplicación los multiplicamos por los términos de la segunda multiplicación.

Esto se hace tomando el primer término y se multiplica por el primer término de la segunda expresión, luego se multiplica por el segundo y luego por el tercero, lo mismo se hace con el segundo término de la primera expresión y se multiplican por todos los términos de la segunda expresión, multiplicamos por el primero, segundo y tercer términos. Al obtener el resultado de la operación, revisamos si tenemos términos semejantes para hacer una reducción de términos (cuando se tienen términos con potencias y la misma base se suma los exponentes); por último, se ordenan los términos tomando primero los de mayor exponente luego en orden alfabético, iniciando de izquierda a derecha.

Multiplicar polinomios implica aplicar las reglas de los exponentes y de los coeficientes.

Ley de los exponentes

Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la misma base y se le pone por exponente la suma de los exponentes de los factores.

$$a^4 * a^3 * a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

Ley de los coeficientes

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores.

$$3a * 4b = 3 * 4 * a * b = 12ab$$

Recordando que el orden de los factores no altera el producto.

Multiplicación de un número por un monomio

1. Se multiplican todos los coeficientes (números), teniendo en cuenta las leyes de los signos.
2. Se escriben todas las literales (letras), de los factores en orden alfabético.

Ejemplo:

$3(-2x^2y)$

$\mathbf{3}(\mathbf{-2}x^2y) = + * - * 3 * 2$

$= -6x^2y$

Multiplicación de monomios

1. Se multiplican todos los coeficientes, teniendo en cuenta las leyes de los signos.
2. Se escriben todas las literales de los factores en orden alfabético, aplicando la ley de los exponentes para cada literal.

Ejemplo:

$(a^2b^4)*(a^3b^5)$

$=(a^{2+3})(b^{4+5})$

$=a^5b^9$

En esta multiplicación tenemos dos bases a y b. Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la base y se pone por exponente la suma de los exponentes de los factores.

Ejercicios:

I. $4^{a^2} * 5^{a^3}=$ _____

II. $(2^{a^3}b^2)(a^4)(6ab)=$ _____

III. $(-3x^4)(6x)(-5x^{-2})=$ _____

Multiplicación de monomio por polinomio

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta en cada caso la regla de los signos, la ley de los coeficientes y ley de exponentes.

Ejemplo:

$(12ab)(a^2+a+2)= +*+*12ab*a^2+ * + 12a^2 b+ * + 24ab = 12a^3 b +12a^2 b+24ab$

Ejercicios:

I. $a(b+c)=$ _____

II. $3x^2(5x^3-6xy)=$ _____

III. $-2xy(4x^2y^3- 3x^{-5}y^2)=$ _____

Multiplicación de polinomios

Se multiplican todos los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos, la Ley de coeficientes y la Ley de exponentes, y se reducen los términos semejantes.

Ejemplo:

$(a - b + c)(x - y)= + * + ax + * - ay - * + bx - * - by + * + cx + * - cy=$
$=ax - ay - bx + by + cx - cy$

Ejercicios:

I. $(x+2)(x - 3)=$ _____

II. $(7x- 3)(4+2x)=$ _____

III. Complementa la operación siguiente:

$$
\begin{array}{cccc}
 & 2x^3 & +3x^2 & -2x & +1 \\
X & & & 2x & -2 \\
\hline
 & \square & -6x^2 & +4x & -2 \\
\square & \square & -4x^2 & +2x & \\
\hline
\square & \square & -10x^2 & \square & -2
\end{array}
$$

Integra una bina con alguno de tus compañeros completen la tabla y contesten las preguntas de la situación de aprendizaje.

Delito es toda acción u omisión que sancionan las leyes penales. En México en total se tiene una clasificación de 40 tipos de delitos y 55 subtipos de delitos.

Entidad	**Homicidios por accidentes de tránsito**	**Daño a la propiedad**	**Violencia de género**	**Falsificación**	**Daño al medio ambiente**
Ciudad de México		2d		3f	6m
Estado de México	3a	d	4v	2f	4m
Jalisco	a		3v	f	

En donde:

a = homicidios por accidentes de tránsito

d = daño a la propiedad

v = violencia de género

f = falsificación

m = daño al medio ambiente

Se sabe que en el mes de febrero se presentaron las siguientes relaciones entre los estados.

En Ciudad de México:

Los homicidios por accidentes de tránsito reportados son los mismos que los reportados como homicidios por accidentes de tránsito, más daño a la propiedad por falsificación en el Estado de México.

Los delitos de violencia de género equivalen al doble del daño al medio ambiente, reportados en el Estado de México.

En Jalisco:

Los delitos por daño a la propiedad son igual que la suma de los homicidios por accidentes de tránsito más daño a la propiedad por la suma de violencia de género más falsificación, reportados en el estado de México.

Y que los delitos por daño al medio ambiente es el triple de los de falsificación.

1. ¿Qué expresión algebraica ofrece el total de delitos por daño a la propiedad en Jalisco?

_____

_____

2. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de homicidios por accidentes de tránsito en la Ciudad de México?

_____

_____

3. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos por daño al medio ambiente en Jalisco?

_____

_____

4. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de delitos por violencia de género en la Ciudad de México?

_____

_____

5. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos?

_____

_____

6. ¿Se puede simplificar (reducir) esta expresión?

_____

_____

Atiende las instrucciones del docente.

a. En equipos comparen sus respuestas y en caso de no coincidir, determinen una respuesta única.

b. Respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué operaciones utilizaron para obtener el número de delitos descritos para la Ciudad de México y Jalisco?

_____

_____

2. ¿Cuál es la expresión algebraica que resulta al simplificar el total de delitos?

_____

_____

Participa en la plenaria explicando el proceso y los resultados de la situación anterior, así como las respuestas a las preguntas.

Resuelve en forma individual los siguientes ejercicios y al terminar atiende las instrucciones del docente para comparar tus resultados.

1. ¿Cuál es el resultado de multiplicar $(3x^2+2)\ 5x$?

_____

_____

2. ¿Cuál es el signo del producto $(-5x^2)(6x)(-75x^3)(-126x^7)$?

3. Teniendo en cuenta que $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ ¿Cuál es el resultado de $(2x+5)^2$?

4. ¿Cuál es el producto de la multiplicación $(3x^2+2)(2x^5-1)$?

Para profundizar en los contenidos, puedes realizar ejercicios de multiplicación de polinomios, binomios y monomios en la siguiente liga.

https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-polynomials/alg-multiplying-polynomials-by-binomials/e/multiplying_polynomials

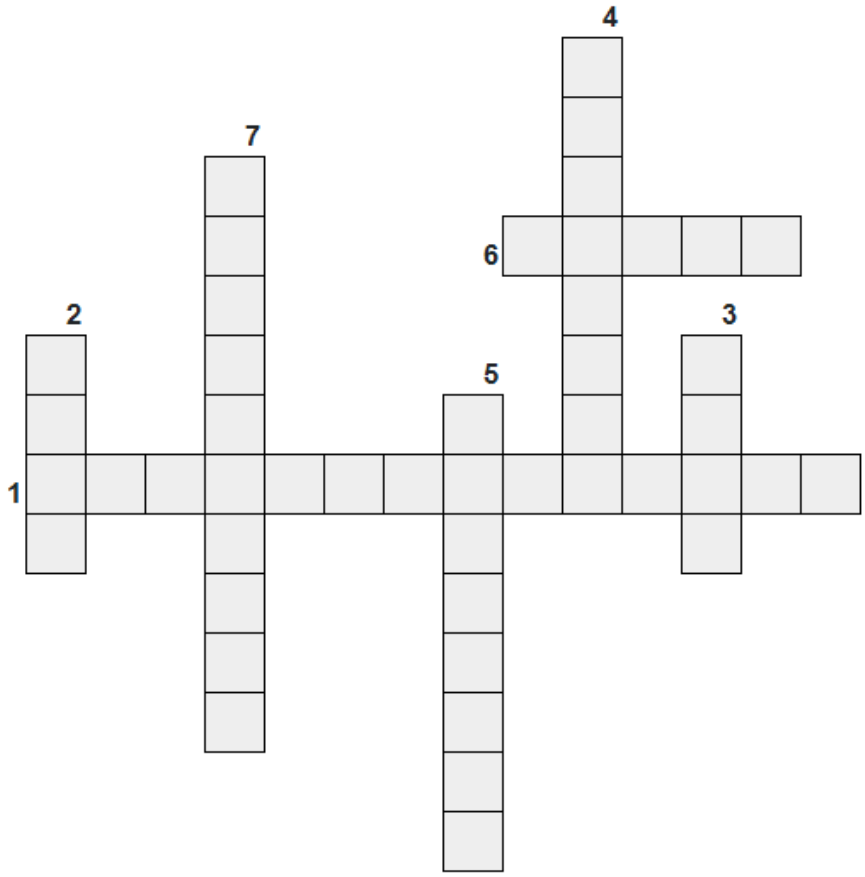
Fuentes de información

Álgebra – Virtual (18 de marzo de 2015.) Multiplicación de polinomios ejemplo 1 de 5. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=cotRZEAIdJg

Apoyo Educativo Virtual, IPN Coordinación General de Formación e Innovación Educativa (marzo de 2017) Algebrando Recuperado de https://www.aev.dfie.ipn.mx/Materia_algebra/algebra.html

Aprendizaje		
Utiliza la jerarquía de operaciones y signos de agrupación para obtener el valor numérico de una expresión matemática.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Síntesis de la información. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto de grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

Completa el siguiente crucigrama.



Horizontales

1 Es el procedimiento que consiste en sumar varias veces el mismo número.

6 Operación aritmética que consiste en quitar una cantidad de otra.

Verticales

2 Operación aritmética que consite en acumular dos o más números, para obtener otro número que representa la cantidad de todos ellos.

3 Número que al ser multiplicado por sí mismo da como resultado el valor.

4 Es la operación matemática mediante la cual se multiplica un número por sí mismo, n veces.

5 Es la operación aritmética que indica cuantas veces está contenido un número en otro número.

7 Son símbolos que se usan en pares para agrupar.

Si no lo logras fácilmente , puedes apoyarte en tus compañeros.

Lee el siguiente problema.

La maestra le pidió a Juan y a sus amigos resolver las siguientes operaciones y ubicar el resultado obtenido en la cuadrícula que se localiza en el patio de su escuela. Posteriormente les pide que tracen una línea uniendo los puntos en donde se localizan los resultados obtenidos (considera como ejemplo el resultado del inciso a), en el orden en que fueron desarrollando las operaciones.

a. $4\times4+20\times2=56$
b. $60\div2+7=$
c. $6+5^2-2=$
d. $3^3+20\div2+1=$
e. $6\times3+30=$
f. $2(15-6)+5(10+2)-2(4)=$
g. $45+45=$
h. $9\times5+135\div3+9=$
i. $96\div2+5\times10=$
j. $10\times10-13=$
k. $4\times4+80=$
l. $(40\times3)-(4\times7)=$
m. $100-20+3=$
n. $2^3\times10+4=$
ñ. $40\times2-7=$
o. $4^2\times4-11=$
p. $8^2-2=$
q. $180\div3+\sqrt{1}=$
r. $5\times8+3=$
s. $10\times3+3=$
t. $(45\div3)2+2=$
u. $7\times3=$
v. $3+2+6+4-3=$
w. $5^2-6\times2=$
x. $60\div4-11=$
y. $4\times5-6=$
z. $3\times20-4=$
aa. $24\div4\times10+7=$
ab $14-7+140\div2=$
ac. $40-14+61=$

a. ¿Qué figura seformó?
b. ¿Cuál es la causa por lo que algunos puntos pudieran impedir que la figura fuera trazada correctamente?
c. ¿Qué operaciones realizas primero en el inciso f?

Responde a tu docente y escucha con atención lo que se te indica.

Contesta de manera individual, las siguientes preguntas.

- ¿Cómo puedes resolver el ejercicio anterior?

_____

_____

- ¿Qué información necesitas para resolverlo?

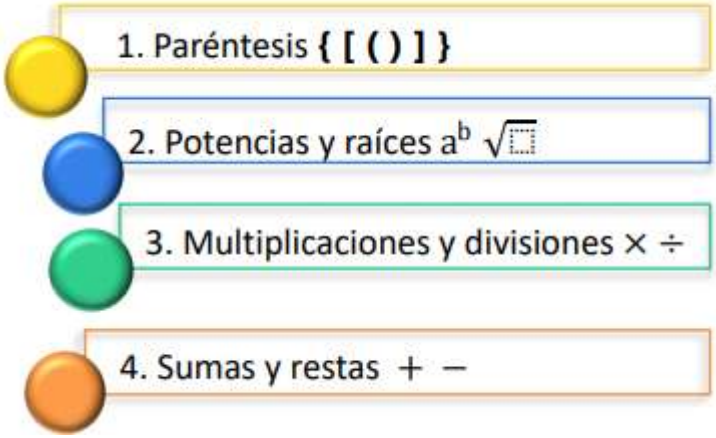
_____

Recurre a la siguiente información para reforzar tus conocimientos.

Cuando se realizan operaciones con números enteros es necesario respetar el orden establecido, al que se le suele denominar **jerarquía de operaciones.** Se trata de unas convenciones universales que aclaran el significado de las operaciones básicas y que si no respetamos nos llevan a resultados diferentes de los esperados.

El orden establecido es el siguiente:

Prioridad de las operaciones: de izquierda a derecha:



Ejemplo:

$10 - 9 \div 3 \times 7 + 2$

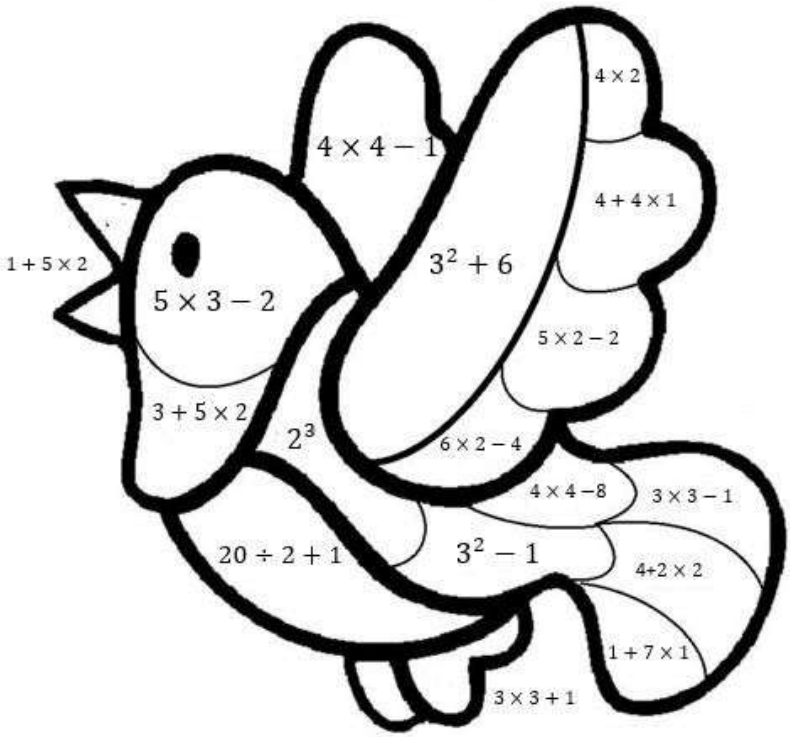
Primero, se hacen las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, obteniedo:	$10 - 9 \div 3 \times 7 + 2$ $10 - \mathbf{3} \times 7 + 2$ $10 - \mathbf{21} + 2$
Luego, se hacen las sumas y restas, también de izquierda a derecha:	$- \mathbf{11} + 2$ $- \mathbf{9}$

En este caso particular, cualquier cambio en el orden para la realización de las operaciones nos lleva a un resultado diferente.

Primero, se hacen las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, obteniedo:	$10 - 9 \div 3 \times 7 + 2$ $10 - 9 \div \mathbf{21} + 2$ $10 - \mathbf{0.43} + 2$
Luego, se hacen las sumas y restas, también de izquierda a derecha:	$10 - \mathbf{2.43}$ $\mathbf{7.57}$

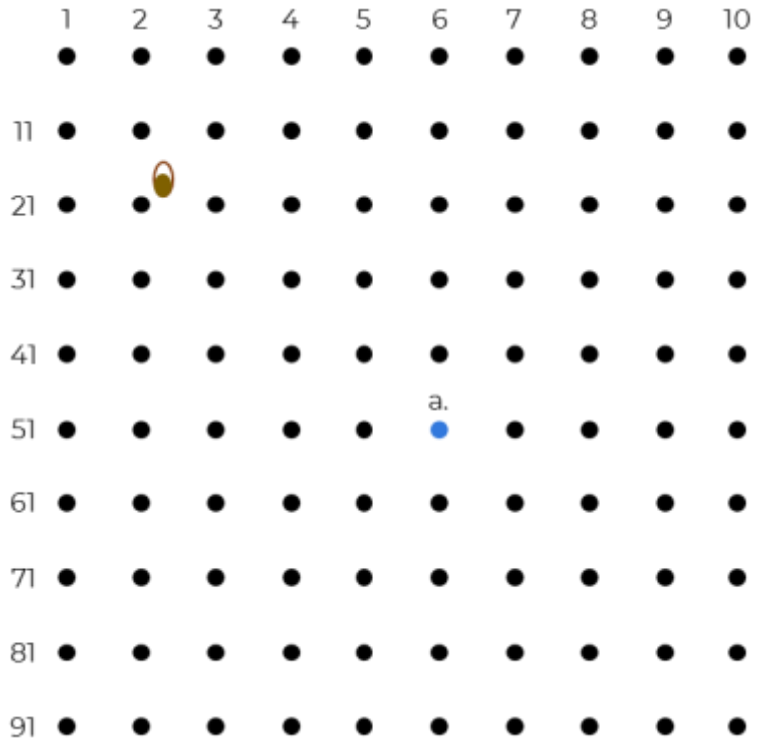
Realiza las operaciones. Posteriormente colorea la figura de acuerdo al color que corresponda al resultado de la operación.

4 = negro	11 = amarillo	14 = gris
8 = morado	12 = verde	15 = azul
10 = café	13 = rojo	16 = rosa



- Intégrate a un equipo colaborativo de cinco estudiantes para resolver la situación de aprendizaje.

a. $4\times4+20\times2=56$
b. $60\div2+7=$
c. $6+5^2-2=$
d. $3^3+20\div2+1=$
e. $6\times3+30=$
f. $2(15-6)+5(10+2)-2(4)=$
g. $45+45=$
h. $9\times5+135\div3+9=$
i. $96\div2+5\times10=$
j. $10\times10-13=$
k. $4\times4+80=$
l. $(40\times3)-(4\times7)=$
m. $100-20+3=$
n. $2^3\times10+4=$
ñ. $40\times2-7=$
o. $4^2\times4-11=$
p. $8^2-2=$
q. $180\div3+\sqrt{1}=$
r. $5\times8+3=$
s. $10\times3+3=$
t. $(45\div3)2+2=$
u. $7\times3=$
v. $3+2+6+4-3=$
w. $5^2-6\times2=$
x. $60\div4-11=$
y. $4\times5-6=$
z. $3\times20-4=$
aa. $24\div4\times10+7=$
ab $14-7+140\div2=$
ac. $40-14+61=$



a. ¿Qué figura seformó?

_____

b. ¿Cuál sería la causa por lo que algunos puntos pudieran impedir que la figura fuera trazada correctamente?

_____

c. ¿Qué operaciones realizas primero en el inciso f?

_____

Discute con tu equipo las siguientes interrogantes.

a. Una vez conocida la jerarquía de operaciones, verifica tus resultados de la actividad de aprendizaje y analiza si respetaste dicho orden. Comenta tus observaciones.

_____

b. ¿Cuándo aplicas correctamente la jerarquía de operaciones, puedes obtener diferentes resultados?

_____

En plenaria compartan su figura y las repuestas a las interrogantes discutidas.

Resuelve los siguientes ejercicios.

1. $5+7\times2=$ _____
2. $2^3-3\times2+8\div4 =$ _____
3. $(5-3+4)+25\div5=$ _____
4. $2\times(6-2+7)-8-4=$ _____
5. $(9-3)+10\div5+4\times6-2^4=$ _____

6. Jorge regalará algunos de sus juguetes, los cuales tiene ordenados de la siguiente manera: en su cuarto tiene 2 en cada uno de los 2 cajones de sus 2 muebles, 4 en cada una de las 3 repisas, y de ellos decide quedarse con 4. En el cuarto de su mamá tiene 3 en cada uno de los 5 cajones, más 1 en una caja, y de ellos se queda con 3. ¿Cuántos juguetes en total regalará Jorge?

Fuentes de información

Pruebat - Fundación Carlos Slim. (2018). Recuperado de: https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/8a73c61facdda7a036ed31a539749ef7/149300/1-439

UNAM - rua mx. (2017) Hernández, C. Números enteros: operaciones básicas por orden de prioridad Recuperado de: https://www.rua.unam.mx/portal/recursos/ficha/20981/jerarquia-de-las-operaciones-2

Aprendizaje		
Utiliza lenguaje algebraico para representar, generalizar y evaluar situaciones o problemas de la vida cotidiana.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Síntesis de la información. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto de grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Traduce materiales verbales, simbólicos y matemáticos. ♦ Aplica el uso de abstracciones en situaciones particulares, presentadas en forma de ideas generales. ♦ Evalúa y forma juicios sobre materiales y métodos de acuerdo a los propósitos.

Intégrate a un equipo colaborativo de al menos tres integrantes. Escucha con atención lo que te indica tu docente.

Adivinanzas

✓ Hay 2 padres y 2 hijos, pero sólo hay 3 personas. ¿Cómo es?

_____

✓ Son las doce de la mañana, hora de mis pastillas. Me tengo que tomar 4 pastillas, una cada hora. ¿A qué hora me tomaré la última?

_____

✓ Aquí estamos doce hermanos; yo, que el segundo nací, soy el menor entre todos: ¿Cómo puede ser así?

_____

✓ Si 5 máquinas hacen 5 artículos en 5 minutos, ¿cuánto tiempo dedicarán 100 máquinas en hacer 100 artículos?

_____

- ✓ ¿Un cántaro lleno de qué, pesa menos?

_____

Pocoyo (2018). Adivinanzas para niños y acertijos matemáticos con respuesta Recuperado de: https://www.pocoyo.com/adivinanzas/matematicas

Analiza del siguiente problema:

Considera que tu papá tiene un comercio de productos de importación. Hay un producto nuevo que le interesa saber su desempeño. Sin embargo, olvidó pedirles a sus empleados llevar un registro de las ventas de dicho producto. Al preguntarles sobre las ventas ellos respondieron lo siguiente:

Juan: Sólo recuerdo que el lunes vendí el doble de lo que se vendió el martes.

Sofía: El miércoles que yo estuve a cargo sólo vendí una tercera parte de todo lo que vendió Juan, pero el jueves vendí 10 más que el miércoles.

Heber: Pues el viernes ya sólo quedaban 15 y ese mismo día se vendieron todos.

Tu papá te pide ayuda y te comenta que la etiqueta de la caja del producto marcaba un contenido de 100 piezas.

a. ¿Qué podemos hacer para solucionar ese problema?

b. ¿Cuánto se vendió con exactitud cada día?

Participa en la plenaria contestando las preguntas que formulará el docente y pon atención a las respuestas de tus compañeros, éstas están relacionadas con el procedimiento que debes seguir para resolver la situación de aprendizaje.

Intégrate a un equipo colaborativo de 4 a 6 integrantes y den respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué día podemos tomar como referencia?

_____

- ¿Cómo podemos representar matemáticamente la venta de cada día?

_____

- ¿Cómo interpretarían los testimonios de los trabajadores?

_____

_____

Realiza la siguiente lectura guiada.

Las matemáticas son un lenguaje, hecho por los humanos para los humanos. Y como todo lenguaje, tiene sus reglas. Y si conoces sus reglas, podrás entender las matemáticas.

La base está en este lenguaje que nos ayuda a describir con palabras lo que dicen los objetos matemáticos, es decir, las ecuaciones, funciones, gráficas, etc.

El lenguaje algebraico se parece mucho al lenguaje común y puede describir situaciones sencillas y fáciles de entender, así como situaciones más complejas y que implican un mayor análisis de los argumentos.

Ejemplos:

Lenguaje ordinario	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera	a
Tres números cualquiera	a, b, c
La suma de dos números cualquiera	a + b
La diferencia de dos números cualquiera	a – b

Y que puede expresar fórmulas y ecuaciones comunes, como obtener el área de un rectángulo considerando que no se conoce aún el valor de sus lados.

"Área igual al producto de la base por la altura "

Área del rectángulo

A = bh

Así como en el lenguaje común, existen diferentes formas de expresar la misma idea, en el lenguaje algebraico también sucede lo mismo.

Ejemplo:

El producto de dos números cualquiera por el número 2	Dos por dos números cualquiera	El resultado al multiplicar dos números cualquiera y el número 2
(2)(a)(b)	2 x a x b	2ab

En la división también encontrarás formas distintas de expresarla, considera el siguiente ejemplo:

Un tercio de un número cualquiera.	La tercera parte de un número cualquiera.	Un número cualquiera entre tres.
$\frac{1}{3}a$	$\frac{a}{3}$	$a \div 3$

Durante el fin de semana pasado se hizo una actividad para restaurar los jardines de la escuela mediante el club de ecología. El equipo de Hugo sembró 8 plantitas más que nosotros, pero nosotros sembramos el doble de lo que plantó el equipo de Aarón, porque se la pasaron jugando. Al final del día entre todos sembramos 53 plantitas.

1º Separar el problema en los elementos principales a los que está haciendo referencia.

El equipo de Hugo sembró 8 plantitas más que nosotros.	Nosotros sembramos el doble de lo que plantó el equipo de Aarón.	El equipo de Aarón Nota: Sólo se hace referencia al equipo de Aarón porque no se menciona cuantas plantas sembró este equipo.

2° Identificar cuál de los elementos del problema es el que se toma como la incógnita para la construcción de los demás.

- El equipo de Hugo hace referencia al equipo de "nosotros".
- El equipo de nosotros hace referencia al equipo de "Aarón".
- El equipo de Aarón no hace referencia a alguien más.

Por lo tanto, la principal incógnita es el equipo de Aarón, entonces ese equipo será la variable en la interpretación algebraica y la representaremos con x.

Equipo de Aarón = x

3° Interpreta en leguaje algebraico cada elemento seleccionado en el paso 1.

El equipo de Hugo sembró 8 plantitas más que nosotros.	Nosotros sembramos el doble de lo que hizo el equipo de Aarón.	El equipo de Aarón Nota: Sólo se hace referencia al equipo de Aarón porque no se menciona cuantas plantas sembró este equipo.
2x + 8	**2x**	**x**

4° Por último, realizamos una interpretación en lenguaje algebraico de toda la situación. Y en este caso nos enfocamos en la frase con la que cierra el problema.

"Al final del día entre todos sembramos 53 plantitas"

2x+8	+	2x	+	x	=53
Equipo de Hugo	+	Nuestro equipo	+	Equipo de Aarón	=53

Si el tema fuera la solución de ecuaciones lineales, tendríamos que realizar más pasos como: desarrollar operaciones, reducir términos semejantes y encontrar el valor de la x, pero en esta ocasión solo nos enfocaremos en la interpretación en lenguaje algebraico.

Sin desintegrar los equipos, completa la siguiente tabla resolviendo los ejercicios de manera individual.

a.

Lenguaje ordinario	Interpretación	Lenguaje algebraico
El doble de un número	(2)(x)	
	$x \div 4$	$\frac{x}{4}$
El quíntuple de un número		
	x-3	
		x^3
El cuádruple de un número disminuido en 2 unidades		
		x^2+3x
La mitad de un número menos su cuarta parte		
La semisuma de dos números		
Dos tercios del producto de dos números		

SlideShare. (2011). Lenguaje algebraico. Ecuaciones. Ejercicios resueltos. Recuperado de: https://es.slideshare.net/DGS998/ejercicios-resueltos-7320815

b. La edad de tu papá es el doble de tu edad y tu papá tiene 34 años.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:

c. Dos boletos para el cine cuestan la mitad del combo familiar o el quíntuple de un refresco.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:

d. La cantidad de artículos vendidos hoy, equivale al triple de los vendidos ayer menos 10 artículos.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:

e. El área de un triángulo es la mitad de la base por la altura.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:

En equipo completen la siguiente tabla interpretando matemáticamente la venta de cada día de la semana de acuerdo a los argumentos de cada empleado y expresen algebraicamente la sumatoria de los cuatro días.

Juan: Sólo recuerdo que el lunes vendí el doble de lo que se vendió el martes.

Sofía: El miércoles que yo estuve a cargo sólo vendí una tercera parte de todo lo que vendió Juan, pero el jueves vendí 10 más que el miércoles.

Heber: Pues el viernes ya sólo quedaban 15 y ese mismo día se vendieron todos.

Tu papá te pide ayuda y te comenta que la etiqueta de la caja del producto marcaba un contenido de 100 piezas.

Día	Empleado en turno	Argumento del empleado	Interpretación	Lenguage algebraico
Lunes		El lunes vendí el doble de lo que se vendió el martes.		
Martes				
Miércoles		El miércoles sólo vendí una tercera parte de todo lo que vendió Juan.		

Día	Empleado en turno	Argumento del empleado	Interpretación	Lenguage algebraico
Jueves		El jueves vendí 10 más que el miércoles.		
Viernes		El viernes ya sólo quedaban 15 y ese mismo día se vendieron todos.		

Expresión algebraica

Lunes	+	Martes		Miércoles		Jueves		Viernes	=	

Comenten sus resultados y respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué día tomaron como referencia en la solución del problema? ¿Por qué?

_____

_____

2. ¿Separar la situación particular por día facilitó entender el problema? ¿Por qué?

_____

_____

3. Transformar el lenguaje ordinario en una interpretación matemática y posteriormente en un lenguaje algebraico, ¿les fue complicado? ¿Por qué?

_____

_____

4. ¿Pudieron elaborar una ecuación de lo sucedido durante los cinco días mediante el lenguaje algebraico?

_____

_____

Participa en la plenaria mostrando y explicando el proceso y sus resultados de la situación anterior, así como las respuestas a las preguntas.

Lee las siguientes situaciones y construye una interpretación mediante lenguaje algebraico.

1. La mitad de lo que debe Raúl más el doble de la deuda de Javier asciende a 28 500 pesos.

_____

2. La receta para el café expreso mexicano especial es:

- Se toma el café michoacano como la base.
- Se agrega una porción de café cubano equivalente a un tercio del michoacano.
- Por último, del café chiapaneco llevará el doble de la porción cubana.

Al final deberán resultar 500 gramos.

¿Cómo queda escrita la mezcla en un lenguaje algebraico?

_____

Interpreta mediante lenguaje común las siguientes expresiones en lenguaje algebraico.

Lenguaje algebraico	Lenguaje común
$P = 2\pi r$	
$V = l^3$	
$(a + b)^2$	
$\frac{2}{5}y$	

Visita la siguiente liga, en donde pondrás en práctica el lenguaje algebraico jugando.

https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/lenguaje-algebraico

Fuentes de información:

Pocoyo (2018). Adivinanzas para niños y acertijos matemáticos con respuesta Recuperado de: https://www.pocoyo.com/adivinanzas/matematicas

SlideShare. (2011). Lenguaje algebraico. Ecuaciones. Ejercicios resueltos. Recuperado de: https://es.slideshare.net/DGS998/ejercicios-resueltos-7320815

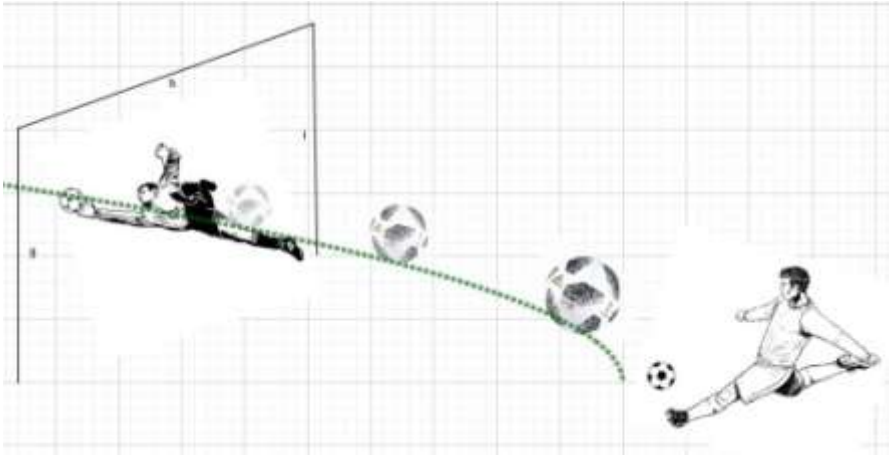
Aprende matemáticas. (2020). Lenguaje algebraico. (s.f.). Recuperado de: https://www.aprendematematicas.org.mx/unit/lenguaje-algebraico/

Bohorquez, M. (1981). En el amable mundo de la matemática. México. Patria.

Aprendizaje		
Utiliza métodos de solución para resolver ecuaciones cuadráticas.		
Componentes cognitivos	**Componentes actitudinales**	**Proceso cognitivo**
♦ Operaciones aritméticas. ♦ Manejo de la información. ♦ Síntesis de la información. ♦ Dominio de conceptos y fórmulas. ♦ Cálculo mental.	♦ Respeto por el resto de grupo. ♦ Participación activa. ♦ Interés y compromiso para las actividades. ♦ Trabajo colaborativo. ♦ Tolerancia ante la diferencia de opiniones.	♦ Comprensión inicial del planteamiento del problema. ♦ Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. ♦ Análisis de la información.

Realiza la lectura guiada del siguiente problema.

Un famoso jugador realiza un tiro al marco del portero, el balón se dirige al ángulo superior. Si la trayectoria está definida por la siguiente expresión: $h=t^2-t$ donde "h" es la altura que alcanza el balón sobre el nivel del suelo y "t" es el tiempo que tarda en llegar a dicha altura.



1. ¿De cuánto tiempo dispone el portero para reaccionar y detener el balón? (desde que el balón inicia su movimiento, hasta llegar a la portería).
2. Sí el portero solamente logra llegar a una altura de 2 m, ¿de cuánto tiempo dispone para llegar a dicha altura?

3. Sí la altura del ángulo superior es de 2.44 m, ¿cuánto tiempo se requiere para llegar hasta ese punto?

Participa en la plenaria. Contesta o escucha las respuestas a las siguientes preguntas.

a. ¿Pueden responder a la pregunta uno, con la información que se proporciona en el enunciado? ¿Por qué?

_____

b. Con los datos de las preguntas dos y tres, ¿puedes dar una solución? ¿Qué se requiere para hacerlo?

_____

Intégrate a un equipo de cuatro a seis personas para discutir y contestar las siguientes preguntas.

- ¿Cómo puedes resolver el problema?

_____

_____

- ¿Qué fórmula o procedimiento facilita la resolución del problema?

_____

Revisa la siguiente información.

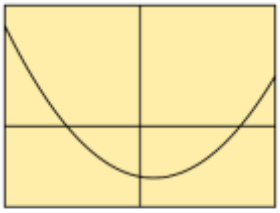
Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado

La forma general de una ecuación de segundo grado es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a \neq 0$$

Ecuación cuadrática

$ax^2 + bx + c = 0$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Por comodidad, resolveremos la ecuación de tres formas distintas según los valores de los coeficientes b y c.

Se llama **discriminante**, Δ, a

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

El signo de Δ nos permite conocer el tipo de soluciones de la ecuación:

- Si Δ>0, hay dos soluciones reales distintas.
- Si Δ=0, hay dos soluciones reales iguales.
- Si Δ<0, no hay soluciones reales (hay dos soluciones complejas distintas).

MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS			
Formas de la ecuación\métodos de solución	**Completas**	**Incompletas**	
	$ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$	$ax^2 + bx = 0$ $c = 0$	$ax^2 + c = 0$ $b = 0$
Fórmula general	Sus soluciones las proporciona la fórmula $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$	Las soluciones son $x_1 = 0$ $x_2 = -\frac{b}{a}$	Las soluciones son $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
Factorización	Se factoriza el trinomio $(x+d)(x+e)$ Se igualan a cero y se obtienen sus raíces: $(x+d)(x+e)=0$ $x_1 = -d$ $x_2 = -e$	Se factoriza por término común $x(ax+b)=0$ Se obtienen las raíces despejando x una a la vez. $x_1 = 0$ $x_2 = -b/a$	Se despeja x, se obtiene: $ax^2 = 0 - c$ $x^2 = -c/a$ $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$

Recuerda que...

Si b=c=0, la ecuación es de la forma:

$$ax^2 = 0$$

La solución es única.

$$x = 0$$

Resuelve los siguientes ejercicios en forma individual.

a. De las ecuaciones cuadráticas que se muestran, coloca en cada espacio la que corresponda, de acuerdo a su forma.

$5x^2-5x+3=0$	$2x^2+3=0$	$x^2-4=0$	$4x^2+2x=5$
$2x^2=-2$	$25x^2=16x$	$x^2-2x=0$	$x^2-8=0$
$x^2-x-3=0$	$x^2-5x=0$	$16x^2+9x=0$	$x^2+3x=4$

Ecuación cuadrática completa: $ax^2+bx+c=0$

$5x^2-5x+3=0$
$4x^2+2x=5$
$x^2-x-3=0$
$x^2+3x=4$

Ecuación cuadrática incompleta: $ax^2+bx=0$

$x^2-5x=0$
$16x^2+9x=0$
$x^2-2x=0$
$25x^2=16x$

Ecuación cuadrática incompleta: $ax^2+c=0$

$x^2-8=0$
$2x^2=-2$
$2x^2+3=0$
$x^2-4=0$

b. En la siguiente tabla coloca los coeficientes de cada ecuación y sustituye los valores en los procedimientos para dar solución a una ecuación cuadrática, según corresponda.

Recuerda que... Es importante colocar el signo del coeficiente.

Ecuación	Coeficientes			Ecuación completa	Ecuación incompleta	
	a	**b**	**c**	$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$	$x_1=0$ $x_2=-\frac{b}{a}$	$x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$x^2-7x+6=0$						

Ecuación	Coeficientes			Ecuación completa	Ecuación incompleta	
	a	**b**	**c**	$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$	$x_1=0$ $x_2=-\frac{b}{a}$	$x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$2x^2-3=0$						
$x^2-2x=0$						

c. Retomando el problema del inicio, ¿la expresión $h=t^2-2t$, hace alusión a una ecuación cuadrática?

_____

¿Por qué?

_____

d. Si se sustituye la literal h por un valor, h=0, ¿Qué forma tiene ahora esa expresión?

_____

e. Expresa dos ecuaciones cuadráticas sustituyendo:

1. h= 2 _____

2. h= 2.44 _____

f. Resuelve cada una de las ecuaciones anteriores utilizando el método que se indica en el siguiente recuadro.

Ecuación	Método de solución
	Fórmula general
t^2-t=2.44	
	Factorización
t^2-t=2	

En equipos comparen sus resultados en caso de no coincidir revisen cómo llegaron al resultado y acuerden una solución única. Contesten las siguientes preguntas.

1. ¿Cuántos resultados obtienes al resolver una ecuación cuadrática?

_____

2. De los posibles resultados que se obtienen en una ecuación cuadrática en particular del caso del tiro, ¿qué resultado elegiste y por qué?

_____
_____
_____
_____

Atiende las indicaciones del docente. Comparte en plenaria la solución a los planteamientos del problema y responde a las preguntas.

1. ¿De cuánto tiempo dispone el portero para reaccionar y detener el balón? (desde que el balón inicia su movimiento, hasta llegar a la portería).

_____

2. Sí el portero solamente logra llegar a una altura de 2 m, ¿de cuánto tiempo dispone para llegar a dicha altura?

_____

3. Sí la altura del ángulo superior es de 2.44 m, ¿cuánto tiempo se requiere para llegar hasta ese punto?

_____

4. ¿Qué procedimiento utilizaste para resolver la ecuación?

_____

5. ¿Con base a qué lo elegiste?

_____

Realiza los siguientes ejercicios de manera individual.

a) Escriba los coeficientes de las ecuaciones y resuelva cada una.

Ecuación	Coeficientes			Ecuación completa	Ecuación incompleta	
	a	**b**	**c**	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$	$x=0$ $x=-\frac{b}{a}$	$x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$5x^2-5x-3=0$						
$2x^2-3=0$						
$x^2-4=0$						
$2x^2=2$						

Ecuación	Coeficientes			Ecuación completa	Ecuación incompleta	
	a	**b**	**c**	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$	$x=0$ $x=-\frac{b}{a}$	$x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$25x^2=16x$						
$x^2-2x=0$						
$x^2-8=0$						
$x^2-5x=0$						

Ecuación	Coeficientes			Ecuación completa	Ecuación incompleta	
	a	**b**	**c**	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$	$x=0$ $x=-\frac{b}{a}$	$x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$16x^2+9x=0$						
$x^2+3x=4$						

b) En t segundos, la altura h, en metros sobre el nivel del suelo, de un proyectil está dada por la ecuación $h= 80t -5t^2$, ¿Cuánto tardará el proyectil en llegar a una altura de 320 m sobre el nivel del suelo?

Datos:	Sustitución de datos	Solución por fórmula general:	Resultado

Visita la siguiente liga para practicar y entender mejor el tema.

https://www.matesfacil.com/resueltos-ecuaciones-segundo-grado.htm

Fuentes de información

Problemas y ecuaciones (2020) Ecuaciones de segundo grado. Recuperado de https://www.problemasyecuaciones.com/Ecuaciones/segundo-grado/problemas-ecuaciones-segundo-grado- resueltas-solucion-formula-raices-factorizar.html

Wikipedia (06 de junio de 2020) Ecuación de segundo grado. Recuperado de: https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuación_de_segundo_grado

Elesapiens' Blog. (09 de septiembre de 2016). 8 actividades para empezar el curso con buen pie. Recuperado de: https://www.elesapiens.com/blog/8-actividades-para-empezar-el-curso-con-buen-pie/